

特教叢書第57輯

替換式數學對 數學學習困難學生 之補救教學

詹士宜 主編

教育部 經費資助

國立臺南大學 發行

國立臺南大學特殊教育中心 編印

中華民國 102年 12月

目錄

序	詹士宜	I
第一章 替換式數學的理論基礎	詹士宜	1
第二章 替換式數學的教材設計	詹士宜	27
第三章 替換式數學的教學設計與檢核	詹士宜	33
第四章 替換式數學教學對國小輕微認知缺損學生學習小數除法文字題之應用	黃美潔	39
第五章 替換式數學在國小數學困難學生學習乘除混合三步驟之應用	邱靜瑩	61
第六章 替換式數學應用在國小智能障礙學生10以內數與量大小比較之教學設計	謝妙倖	83
第七章 替換式數學教學應用於國小特教班10以內的減法	許瓊文	99
第八章 替換式數學對國中特教班智能障礙學生100以內之數列(錢幣點數)之應用	石麗馨	121
第九章 替換式數學對高職智能障礙學生的數值比較概念之學習影響	蔡京潔	135
第十章 替換式數學教學學習單參考範例		153

範例

範例 1：10以內比多少	謝妙倬	154
範例 2：10以內的合成一併加型	謝妙倬	156
範例 3：10以內減法解題	謝妙倬	158
範例 4：10以內的減法	許瓊文	160
範例 5：運用加法或減法解決比較型問題	蔡京潔	163
範例 6：1-6加減應用	郭亭纖	164
範例 7：分裝與平分	柴華禎	166
範例 8：解決兩步驟乘法與減法問題	劉禹伶	167
範例 9：乘法的兩步驟問題	許瓊文、蔡京潔	169
範例10：運用分數語言解決分數的情境問題	許瓊文、蔡京潔	170
範例11：時間量的加減計算	許瓊文、蔡京潔	172
範例12：公斤與公克單位的換算	郭慧仙、謝妙倬	174
範例13：長度比較與應用問題	柴華禎、石麗馨	177
範例14：乘法交換律 & 連加的應用問題	柴華禎、石麗馨	178
範例15：分數之「整數相除」	劉姿廷、黃美潔	179
範例16：二位數與三位數的除法（有餘數）運算	劉姿廷、黃美潔	181
範例17：整數四則多步驟運算	邱靜瑩	182
範例18：整數四則兩步驟混合計算	林和秀、邱靜瑩	184
範例19：整數四則混合運算	林和秀、邱靜瑩	185
範例20：乘與加減的併式	謝妙倬	186
範例21：四則混合運算	胡錦秀、許瓊文	188
範例22：整數乘以分數	林和秀	190
範例23：分數乘以分數應用問題	林和秀	191
範例24：整數除以小數（沒有餘數）的除法計算	黃美潔	193

編者序

數學是一門學校學習的重要學科，也是關係到學生未來生涯發展的重要能力。我國在致力於數學能力的發展下，學生在國際數學評比的表現上顯著優於世界許多國家。但其結果亦顯示，我國許多學生，在數學的表現上，呈現雙峰的 M 型分配，亦即學生被分為高分組與低分組的學生的人數明顯變多，而兩者的差距變大。而更甚者，許多中小學學生表達對數學學習的興趣與自信心，亦明顯的落後國際的平均，與華人社會地區，例如上海、香港、新加坡與澳門等。這對於我國在數學教育的推動上，是一大挑戰。

另外許多的特殊學生在學校的數學過程中，比一般學生更容易面臨到數學學習的挑戰。在融合教育的情境下，許多有數學學習困難的學生，無法在普通教育的教學情境下，順利的學習數學的概念。由於數學是一門階層與結構明確的學科，當學生對一個數學概念無法正確建立時，就容易阻礙其學習下一個數學概念學習的發展。

許多學者提出有關對於數學教學的理論與建議，這些理論提供教學者許多的訊息協助學生的學習。但由於特殊學生在個人特質與學習歷程上，並不如一般學生，其在學習的歷程上，或是訊息的處理能力，明顯落後於

一般學生。因此有必要以更精緻的方式設計數學教學，方能有效的協助這些特殊學生的數學學習。本書作者提出「替換式數學教學」的教學模式，希望提出一個整合性的數學教學架構，協助教師發展其數學教學的專業知能。

主編者原為國小教師，從事小學數學教育。研究所時期，即在彰化師大特殊教育系周台傑教授的指導下，探討特殊學生的數學解題的研究。而後在國立臺南大學期間，協助編輯資源班的數學教學教材。後來有機會到美國威斯康辛大學-麥迪遜校區，修習特殊教育博士學位，其間在復建心理與特殊教育學系與 Brian Bottge 教授學習錨式教學(Anchored instruction)和 Sara Tarver 教授學習直接教學法(Direct Instruction)，與美國數學教師學會(National Council of Teachers of Mathematics, NCTM)前理事長 Thomas A. Romberg 教授學習美國數學的課程與教學，並和建構數學權威 Thomas P. Carpenter 學習認知引導教學(Cognitive Guided Instruction, CGI)在國小學生學習數學的應用，同時修習二位蘇聯教授有關 Vygotsky 的理論課程。這些學習經驗，讓研究者可以從中體驗不同數學教學理論的差異與衝擊。

另外課程與教學系的 Michael Apple 學習批判理論與 Tom Popkewitz 學習後現代教育。這些學者都是在相關領域佔有重要的學術地位，對於現代的數學教育與特殊教育都有重要的影響，研究者從中得到對數學教育的一些啟發。近年來接觸有關澳洲學者 John Sweller 教授認知負荷理論(Cognitive Load Theory)，提出有關工作記憶的有限性與長期記憶的無限性對教學的影響，亦覺得此觀點將對數學學習困難學生的學習有所助益。另外研究者在國立臺南大學期間，一直從事學習障礙教育，探討有關學習障礙學生在數學與閱讀的研究，期間多與資源班教師合作與學習，同時指導許多研究者進行數學與閱讀的研究。其於上述的背景，促使「替換式數學教學」的誕生。

替換式數學目前已辦理數場工作坊與研習，例如 2012 年中華民國特殊教育年會的工作坊，102 學年度國立台南大學特教中心辦理之替換式數學教學工作坊，並帶領台南市國中小資源班教師進行一系列之替換式數學教學之研討工作坊。研習過程中得到許多正向的回饋，但在推廣的效果仍屬有限。承蒙臺南大學特教中心協助補助印製，希望這本書的出，能引起教師們數學上的共鳴。但替換式數學仍在教學發展與應用階段，仍有諸多不全與遺漏之處，仍寄望教學先進提供寶貴之意見，讓替換式數學教學的使

用更加實用。希望替換式數學教學能使教師在數學教學時，不僅知道教什麼(what)，更能知道為什麼這樣教(why)、以及如何教(how)，以確認教師對「數學知識」、「教學知識」、「數學教學知識」都能有所成長。藉由這些專業能力的提升，有效的改善數學困難學生數學能力的表現。

本書首先介紹「替換式數學教學」的理論源起、教材設計、與教學策略等，以說明實施替換式數學教學的基本理論與概念，供教學者使用之基礎。本書並提供各教學的實例，以做為特殊教師在應用於數學教學上的參考。這些實例都是國立臺南大學特殊教育學系的研究生，這些作者依所任職的教學領域設計相關替換式數學教學的教材，並進行實徵的教學探索。其除說明教學的設計外，亦提供學生的反應實例，以及教學者在使用替換式數學教學的反思，以說明替換式數學教學的使用情形。因為替換式數學教學的架構與應用仍在發展階段，需要經過教學驗證與調整，才能讓替換式數學教學的更加完美。最後附上國立臺南大學特教中心辦理替換式數學教學工作坊研習中，一些學員們的作品以供使用參考。

希望「替換式數學教學」的提出，能夠起拋磚引玉的作用，希提供特殊教育教學者與研究者參考，並發展出更精緻的教學系統，以協助特殊學生的數學學習。

第一章

替換式數學教學的理論 基礎

詹士宜

一、數學的重要性

數學是吾人生活不可或缺的一部份，不論哪一種文化或語言族群，都脫離不了使用數學，因此都會發展出有關數量或數學的概念(Lerner, & Johns, 2012)。由於世界經濟與人類文明的發展，對於數學學習的要求也越來越高，因此數學成爲世界各國在國民教育中的核心科目，同時在當今的學校學習與個人生涯發展，都有重要的影響地位(郭靜姿，2002)。

數學自古以來即爲一重要的學科，而近年來科技的發展，更加速各國對於數學教育的重視。美國數學教師學會(National Council of Teachers of Mathematics, NCTM, 1989)即指出數學的良窳關係到個人未來生涯的發展。若兒童長期缺乏基本的計算技巧、推理能力、與問題解決能力時，都可能影響造成學生在學業成就、問題解決、獨立生活、與職業技能發展的困難(郭靜姿，2002)。

由於數學是一門有結構與順序階層的學科，學生經常必須具備應有的基礎能力，才能再往更高一層的數學學習。如果學生無法具備一些基礎能

力時，對日後的數學學習，就容易產生困難，例如學生如果缺乏加法或倍數的基礎，對於乘法的學習就會產生困難。數學雖是一門學科，但數學包含許多不同數學內涵，都對不同的學生產生不同的挑戰，例如計算、幾何、時間、容量、角度、應用問題等。某些學生可能擅長某一些數學領域，但另外一些學生可能專精在其它領域。這也將造成學生在數學的學習表現，不一定呈現穩定的狀態。

實際上，數學不單只是一門學科，更是日常生活必備的重要技能，從每日的購物、時間、生活作息，需要用到數學；到職場工作上，需要用到資料分析、演算、帳目、財務、工程等都較為專業的數學能力。NCTM(1989)就指出，數學能力好的學生在未來的工作職場上，亦較能獲得較高階的工作機會。數學亦與問題解決、邏輯推理、與思維演繹有莫大關係。

從最近的國際數學評量的結果可以發現，我國中小學生的數學學習的表現整體雖然優於世界許多國家。但如果仔細分析就會發現，我國學生的數學表現在高低分組的學生的落差變大，而且在年級越高時，低分組的學生人數增加越多。另外研究也指出我國學生對於數學的學習興趣與學習自信心，相對於一些排名在前面的國家，相對的低落。如果學生缺乏數學學習興趣或是數學成就不高，都會影響學生未來學習的意願。這種現象不僅對個人是一種損失，對整個國家的發展亦有不利的影響。

研究指出如果學生在國小階段即出現數學困難或是數學障礙，其數學問題會持續到中學階段。如果沒有給學生充分的時間去理解數學概念之前，就進入另一個新的數學概念，或者只是重複的呈現過度困難的教材給學生，都會讓學生感到數學負荷過重，而產生學習困難或混淆(楊坤堂，2009；Lerner, & Johns, 2012)。

數學教學的目的在提高學生的數學學習成效。Haylock(2010)指出國小的數學學習包含五種不同的目的：(1)日常生活與社會所需，(2)與其它課程的關係，(3)兒童的智能發展，(4)兒童的對學習的喜樂。(5)人類知識的累積。而美國數學教師學會指出學生應達到的數學學習目標 (NCTM，1989)。

- 1.知道數學的價值。
- 2.有信心做數學。
- 3.成爲數學問題的解決者。
- 4.學會數學溝通。

5. 學會數學推理。

國內盧台華(2013)教授即提出教師應具備三種專業知能，才能有效的教導學生，亦即(1)學科內容知識 (Content Knowledge, 簡稱 CK): 針對特定的學科或主題所具備之專業知識；(2)教育知識教學知能 (Pedagogical Knowledge, 簡稱 PK): 包括對學習者特質瞭解、一般教學策略、課程、教育情境脈絡及教育目標等獨立於學科內容外教與學過程所需之相關知識；(3)學科教學知能 (Pedagogical Content Knowledge, 簡稱 PCK): 教師需具備的特殊知識與覺知，而能將所具備之 CK 與 PK 統整於特定學科教學而能成為有效的教學形式，並能應用於不同的教學情境與內容中，以教導不同能力與背景之學生。由此可知有效的教師必需要能整合學科知識與教學知識、同時對學生有深入的理解，才能有效的提供教學。

二、我國學生的數學表現成就差異大

最近 PISA 2012 結果出爐，洪碧霞教授指出，國際高低分組的數學素養的平均差異為 245 分，但台灣內部個別差異卻超過 300 分，相當於 7 年的教育程度差距，顯見我國數學素養後段班的學生嚴重落後。洪碧霞也指出數學素養的優劣代表該地學生判斷和決策能力，此次報告中，台灣整體表現雖上升，不過個別差異卻呈現極端擴大趨勢

(<http://n.yam.com/lihpao/arts/20131203/20131203937826.html>)。

從 PISA 2012 的資料，顯示台灣學生的數學表現高低分組的學生的差異是在鄰近東亞國家或是華人世界均是落差最大的。在台灣受測學生中，有 37.2% 的台灣學生數學測驗落在高標區 (Level 5 和 Level 6)，但卻有高達 12.8% 的學生落在低標區 (Level 2 以下) (見表 2)。落在低標區的學生人數的比例，和上海 3.8%、新加坡 8.3%、香港 8.5%、韓國 9.1% 一比，明顯偏高，呈現一種 M 型化的分配現象 (史書華，2013/12/05)，亦即我國低分組學生的比例人數偏多。

表 2 亞洲各地區學生在 PISA 2012 的高分組學生比例

	總得分	低分組比例	高分組比例	相差比例
上海	613	3.8	55.4	51.6
新加坡	573	8.3	40	31.7
香港	561	8.5	33.7	25.2
台灣	560	12.8	37.2	24.4
韓國	554	9.1	30.9	21.8
澳門	538	10.8	24.3	13.5
日本	536	11.1	23.7	12.6
OECD-平均	494	23.1	12.6	-10.5

這些數據吻合了最近常有學者提出的，關於成績分布雙峰化（M型化）的現象。此結果是否反應我國數學教育在追求卓越的過程中，忽略了一些學生，讓他們無法從現有的數學教育環境中受益。我們應體認，在追求整體高數學素養表現的同時，也應力求縮短個別差異的幅度，實值得政府教育部門與學者思考如何降低如此高比例的數學困難學生人數，相信這將是臺灣教育迫切重要的議題。

相較於我國學生在國際數學評比的優異表現，李偉國(2012)對 TIMSS 分析，也發現我國學生對數學的興趣與信心程度到了相對令人擔憂的地步。因為我國學生對數學表達出負面的態度的比例，遠遠低於其它東亞五個地區國家和國際平均值。四年級共來自 50 地區、八年級共有 42 地區參加調查，我國學生的各項名次與表達「不喜歡數學」、「數學無用」、「對數學沒自信」負面態度的學生比例數，及國際對應的平均比例數相關偏高，如表 3 所示。

四年級部份有近三分之一的學生已經不喜歡數學，到了八年級時，不喜歡數學的學生更高達一半以上的學生人數。而四年級學生超過三分之一表達對數學沒有信心，但到了八年級時，卻遽升到三分之二的程度，亦即到了國中二年級時，每三位國中生，就有二個學生對於學習數學沒有信心。

表 3 我國學生在 TIMSS 2012 對數學學習興趣與態度

	台灣	新加坡	國際平均
四年級學生「不喜歡數學」	32% (第 43 名)	19% (第 21 名)	16%
四年級學生「對數學沒自信」	38% (第 46 名)	38% (第 45 名)	21%
八年級學生「不喜歡數學」	53% (第 37 名)	23% (第 14 名)	31%
八年級學生「認為數學無用」	46% (第 41 名)	10% (第 31 名)	15%
八年級學生「對數學沒自信」	67% (第 36 名)	40% (第 26 名)	41%

這些結果顯示提升數學落後學生的數學學習表現與興趣，是刻不容緩，但同時也是一項艱鉅的挑戰，必須能以適性精緻的補救教學做為我國教育重要的投資。PISA 結果也顯示，驅力、動機和自信是學生發揮潛力的必要條件，而這其中，社經不利的學生以及女學生的數學學習都需要更多教育的關懷。唯有教育系統呈現並支持所有學生都能藉由投入學習而進步的信念，才能讓落後學生感受學習的驅力和動機。如果我們不能在早期國小階段就提供這些有數學困難與興趣低落的學生的數學學習，其在未來的數學學習就會比同儕的差距拉大，而數學不利的學生人數亦會大幅增加。

三、數學障礙與數學困難的問題

雖然對於數學學習困難學生的教學設計或研究，近年來有較多的增進，但和閱讀困難研究比較，有關對於數學學習困難學生的教學介入的研究仍不若閱讀困難受到相對的重視(Lerner, & Johns, 2012)。文獻指出，大約有 5%到 8%的學齡兒童具有某種形式的數學障礙。數學困難學生在處理過程性技巧—如運用演算法去解決簡單和複雜計算的能力方面存在嚴重困難。研究指出有效的教學能提升數學障礙的學生的數學表現，但如果沒有提供有效的教學，將導致這些學生面臨不斷的數學學習挫折與失敗(Mercer, Mercer, & Pullen, 2011)。

數學障礙兒童常出現的問題包含：無法進入到自動化（以記憶為基礎的提取）的階段，而其原因為數學障礙的孩子缺乏數感，並在數數有很大的困難，以及當數學障礙的孩子在記憶中提取答案時，他們的錯誤率高，且速度比年齡較小的普通學童還要慢。而許多學者也指出數學障礙或數學困難學生經常在基本數學事實的提取上出現問題，例如無法經由自動化的方式，從長期記憶中提取，而需要進行過程性的數學事實歷程解題，像是

數數、手指輔助計算，而增加計算的時間，並造成計算的錯誤(郭靜姿，2002; Geary, 2010; Geary, Hoard, Byrd-Craven, & Catherine DeSoto, 2004; Ginsberg, 1997)。如果計算的數值過大或解題步驟太複雜，其錯誤的機率，將更加提高，面對數學障礙或數學困難學生經常出現錯誤的數學計算或解題，讓人亦擔心如何改變這些學生的數學成就。

柯華葳(2005)針對二、三、四年級共10位數學障礙學生，進行一週三次，每次40分鐘加法和減法練習的密集教學。結果顯示學生或許可以正確答題，但其解題所花費的時間顯示他們有計算技能自動化的問題。這些學生解題時需要藉由手算與點頭等輔助計算。

另外數學學習困難學生在數學的學習上，及在數學的理解與應用上，都比一般學生困難。造成數學學習困難的原因很多，有些是個人的因素、有些是教學的因素，而有些文化環境的因素。這些因素的交互作用，讓學生在面臨「聽不懂，學不會」的窘境。由於數學的階層結構性非常強，學生如果未能在前一階段，理解先備的數學概念，就無法順利進入到另一階段的學習。

Marcus、Cooper與Sweller(1996)則認為在教學過程中影響認知運作的因素包含三種：學習者的先備經驗、教材的特性、與教材的組織。因此教材設計上，就應考量學生的先備知識。楊坤堂(2009)指出一般數學教科書或數學教學對於特殊學生而言，都有一些不易避免的問題，例如例題太少或者應用問題的語文難度太高等。

一般學生可以在日常生活中的數學經驗與教室教學中，學習數學的概念與技能，但由於特殊學生的認知能力較弱，以致於無法從一般的學習環境中理解、發現到數學的原理與概念。這些學生雖然可以藉由大量的機械式練習，達到正確解題的表現。但是如果缺乏問題理解，則當問題產生變化時，學生就不會調整解題的步驟，做出正確的反應。面對特殊學生學習數學困難時，就需要更精緻的教材設計與教學方法的引導，才能有效的減低特殊學生在數學學習上的困難與落差。

四、替換式數學的理論源起：

本文提出一種數學教學的模式，稱為「替換式數學教學」，整合一些數學教學理論的優點，並減少各理論的弱點，希望能對數學學習困難學生的學習有所助益。

所謂替換式數學教學模式顧名思義，亦即在數學教學過程中，以替換的方式，逐漸更替數學問題中的概念、元素、或是數字，讓學生可以在漸進式的問題變化下，領略與學習數學的概念與技能，同時能理解與應用數學的原理到新的問題情境上。「替換式數學教學」是因為教師可以順應學生學習需求，依所設計的教學程序，教學的內容與教學流程，彈性使用教材，進行適性化教學。替換式數學教學可以套用在直接學派或建構學派的教學或其它理論加以調整實施。

其實不同數學教學理論的提出，均是企圖解決學生數學學習上的問題。但由於理論源起、哲學觀點、課程設計、教學方式、與評量程序等，均有不同的思維，因此並不一定能進行相對等的比較。而各教學模式亦有各種不同的優弱點。若是我們能分析各數學教學模式的優弱點，或許能提供教師與學生另一條數學教學新路徑供選擇。

替換式數學主要整合一些重要的教學理論，例如直接教學法、建構教學法、認知負荷教學法、鷹架理論、與意義學習理論。這些理論分別應用在替換式數學教學設計中的教材設計、教學原則、與學生特性的分析上。其中替換式數學設計以三個重要理論為主軸，一個是行為學派的直接教學理論，另一個意義取向的建構教學理論，最後是認知負荷理論，其它相關理論則輔以說明。茲分述如下：

（一）直接教學法：

在行為學派有關的教學中，最常使用的就是直接教學，或是教師指導教學(teacher-directed instruction)或是明確教學(explicit instruction)、精熟教學(master instruction)。直接教學法，以最有效率的方式教導數學概念。教學時，先由教師向學生說明概念或規則，再提供一系列的範例解釋。

直接教學採用行為學派的觀點，以結構化的方式分析數學的發展脈

絡，將數學概念由易而難的設計，並採用系統化的教學方式，教導學生學習各種的數學概念與解題策略。在結構化的教學與教材的設計下，學生學習一步一步的解題，學生模仿教師所呈現的解題方式與概念，並應用到其它的解題情境上。行為學派的教學者認為，所有訊息與知識的組成，都是由部份資訊，一片片組合而成，我們不可能不教片段的知識，學生就能具有完整的知識(Kameenui, & Simmons, 1990)。教師應了解要「教什麼(what to teach)」與「如何教(how to teach)」是一樣重要的。因此教師應該對教學的內容有一個清楚的圖像，才能決定教材的內容如何教。行為學派的教學以系統化與科學化的方式，進行教材的設計與教學的傳遞。Kameenui 與 Simmons (1990)認為如果教師能慎選範例與審慎控制教學表達和程序，就能讓學生的數學學習的錯誤率減到最低。

例如 Kameenui 與 Simmons(1990)建議教學的設計應有系統的步驟，例如：

- 1.學生評量
- 2.選擇範例
- 3.安排範例
- 4.安排作業
- 5.安排教學時間
- 6.個別作業
- 7.教學前工作
- 8.建立教學循環
- 9 規則與增強
- 10.調整教學
- 11.記錄錯誤
- 12.訂正步驟

另外，學者建議一些有效的數學學習原則在數學教學上使用，例如：(1)早期數學學習，(2)從具體到抽象的教學順序，(3)提供機會練習與複習，(4)類化學會的概念與技巧，(5)教導數學詞彙 (Lerner, & Johns, 2012)。其他學者建議對於數學障礙學生的教學原則，應注意五項原則：(1)通盤性：通盤考量學生長期的數學學習的發展，(2)個別性：教學時，應考量學生的個別差異，(3)矯正性：對於學生學習的問題與錯誤，提供提示與矯正，(4)變通性：調整教學，以順應學生個別的不同需求，與(5)處遇：提供學生早

期的介入教學與矯正，以減低日後的困難加遽（楊坤堂，2003，2007；Cawley, 1984）。本文整合這些建議，希望能提供一套完整且結構化的數學教學教材設計，並善用適當的教學策略，協助學生的數學學習。

而 Kameenui 與 Simmons(1990)更將教學的重要事項，依教學之前、中、後，仔細說明教師應有的作為，如表 4。

表 4 各教學階段的重要項目

一、教學前	
1. 定義教學	實施教學評量 選擇有關特定知識的範例
2. 設計教學	安排範例 安排作業 安排每個作業時間 安排練習 選擇與安排個人作業 預教困難作業 建立嚴謹的循環
3. 管理教學	建立規則 選擇增強活動 界定問題管理計畫
4. 調整與修正教學	界定錯誤記錄計畫 界定訂正的步驟 界定習慣性錯誤計畫
二、教學中	
1. 管理教學	訂定規則 增強規則 教學前工作 增強反應 監控反應 監控個人作業 記錄反應
2. 進行教學	建立教學節奏 提供清楚的信號 提供思考時間 積極的進行教學
3. 調整與修改教學	使用正確的訂正 使用教學前策略 建立堅實的循環

（續下頁）

三、教學後

1. 評量教學	學生是否能完成新作業？ 學習目標是否能達成？ 學習目標是否要修正？ 學生是否進行不同安置？ 學生是否達到較高水準？
2. 調整/修改教學	是否需要更多的教學時間？ 學生是否有特定的錯誤形式？ 教學循環是否調整？ 課程教材是否要調整？
3. 管理教學	是否有任何管理問題？ 學生是否能積極反應？
4. 教學遷移	新學習的技巧是否能用到新的情境中？ 獨立作業表現是否達到標準？ 是否課表或獨立作業需要調整？
5. 教學反思	你對此課教學的感想為何？

參考自 Kameenui, E. J., & Simmons, D. C. (1990)

一些研究數據指出明確與直接教學法對提升學生的數學表現有幫助，例如美國在 1968 年，針對超過 20 萬位幼稚園到小學三年級之弱勢學生進行補救教學，並比較所使用的 22 種不同的教學模式的介入效果。此研究計畫稱為「接續方案」(Project Follow Through)，研究指出學生接受直接教學的學習表現與自信心，都顯著優於其它介入方案。美國全國直接教學研究院(The National Institute for Direct Instruction, NIFDI, 2011/12/19)列舉一些以後設分析方式(meta-analysis)研究文獻，比較不同的教學方法，對學生學習的影響，結果指出直接教學法是所有教學方式中，獲得統計效果值(effect size)最高的。

Fuchs, Fuchs, Powell, Seethaler, Cirino 與 Fletcher(2008)也提出七個有效的數學教學策略：(1)明確性教學，(2)減少學習挑戰教學設計，(3)強大的概念基礎，(4)練習和實踐，(5)累積複習，(6)激勵學生調整專注與努力工作，(7)持續的進步監測。

由上可知，直接教學藉由精準而明確的教材分析與計畫建構，由易而難的協助學生精熟數學技巧，因此教師依順序性的步驟教學，協助達到學生完成學習目標，並提供學生充分的練習機會(楊坤堂, 2007; Stein, Kinder, Silbert, & Carnine, 2006)。

(二) 建構教學法：

雖然行為學派取向的明確教學有許多優點，但仍存一些被質疑的問題，例如 Baroody、Bajwa、與 Eiland (2009)就認以明確教學方式的數學學習有幾個問題：(1)僵化的呈現方式，(2)固定的量化練習(3)經驗主義沒有明確支持大量的練習是精熟的關鍵。毫無疑問地練習在數學學習上扮演一個重要角色，但如果過度強調精熟與練習的重要性，可能相對的可能減低對理解的教學，同時影響教學的進度。而建構式數學教學強調以學生為中心、互動的、彈性的、社會文化的、情境的數學教學，去說明他們的不同立場。在數學的建構教學像是真實數學、發現教學 (Discovery Teaching Method)、情境教學、錨式教學(Anchored Instruction)、探索教學(Inquiry Instruction)。發現式學習是一種以學習者為中心的教學方法，Bruner 認為教學的成功與否在於學習者是否在學習過程中有所發現學習的重點或概念。因此教授者主要的工作是：學習情境的安排，使學習者易於發現。Herman 與 Gomez (2009)亦認為老師不僅是單純的在乎教學是否「最有效」，而是重視教學是否滿足他們及學生的需求。

建構主義的數學教育觀點受二十世紀教育學者 Piaget, Vygotsky, 與 Bruner 等人對於兒童思考發展的影響(Ginsberg, 1997)，非常強調個體經驗的重要性，認為在數學的教學上，應該引導學生藉由探索與經驗的過程學習數學，而不只是數學知識與技巧概念的直接傳遞。而美國數學教師學會(NCTM, 1989)所提出的數學標準，就深受建構主義的影響 (Jaworski, 1994)。其中建構主義有二個重要的觀點：(1)知識不是被動的接收，而應是主動的認知建構。(2)認知的功能，不是在發現實體的真實性(ontological reality)，而是在調整與適應個人所處的經驗世界(Jaworski,1994; Van den Heuvel-Panhuizen, 2001)。建構式教學以學生為中心，從真實世界的數學情境脈絡中，用小組討論方式解決問題，並學習不同的數學解題技巧，讓學生能彈性的應用不同策略問題解決。Vygotsky(1978)建議應關注學生的近側發展區間(zone of proximal development, ZPD)，亦即學生從成人的協助中，從目前的發展水準，進步到潛在的發展水準，因此教學的過程，應發生在學生的 ZPD 中，而學習的產生，就是要讓學生感受到其意義的存在(van Oers,1996)。

建構式數學強調數學是人類生活的活動之一，因此數學教學並不是單純教導學生數學的技巧，而是教導學生藉由數學的學習，將非正式的生活

數學經驗連結到學校正式的數學學習；同時協助學生建立數學的基模，而不只是知識技巧(Van den Heuvel-Panhuizen, 1998, 2001)。學生應從數學的學習過程中，逐漸的發現與習得較有效率的方式來解決問題，而不是直接的教導解題的方法，因為學生的發展趨勢不同，因此學習數學應經由不同的理解階段，例如從具體的情境問題解決，引導到能使用快捷方式或是基模方式的解題策略進行解題。因此建構式的數學非常重視學生個人的數學理解與解題歷程。

建構式數學認為數學的目標是要協助學生能類化所學習的數學概念或知識進行推論(Haylock, 2010)。為了協助學生發展類化能力，就是讓學生可以觀察到一些事物出現的規則性。建構式數學，有些被稱為發現式學習法(discovery learning)、探究式數學教學(inquiry learning of mathematics)或是被稱為認知指導學習(cognitively guided instruction, CGI)。主張兒童從非正式的數學活動中，發現數學學習的樂趣。建構式學習主張數學教學應允許學生探索與思考，並發現數學間的關係，而不宜由教師主導教學過程，直接介紹數學概念。建構式數學主張，讓學生發展主動思考的習慣，而能學習更多，並理解解題的歷程，同時學生會對學習產生興趣與動機，才能發展出類化知識與技能的能力。

從建構理論的角度分析，教學過程非常強調社會的互動。數學教學不只是數學事實的傳遞。教育過程的意義應包含二種：文化的意義層面與個人意義層面。在文化意義層面是文化社會中所呈現的知識與技能，像是語言、符號。文化的意義可以藉由教育的過程傳遞給學生。另外一種為個人意義層面，是從個人對參與活動與目標的評價，這種感受(sense)，並不能從直接教學中獲得，而必須從教育活動關係發展(van Oers,1996)，因此如何運用有效的教學，提供積極的協助，讓學生有學習的數學動機與產生個人數學價值的意義，同時讓學生的數學知識概念能與社會文化意義相連接，變成很重要的課題。

研究指出許多學習困難學生在許多年後仍發現這些學生還是不成熟，而需要更多的時間學習與成長。當給予足夠的時間，並提供協助他們因不成熟所造成的緩慢，而有更好的學業表現(詹士宜，2012；Lerner, & Johns, 2012)。

Vygotsky 亦提出近側發展區間(the zone of proximal development，簡稱ZPD)的觀點，認為提供學生適當難度的教學對於學生學習的重要性，如果

教學能在學生的近側發展區間 (zone of proximal development, ZPD) 進行教字，學生就能學習。Vygotsky(1978)指出孩子有兩個發展水準。一個是「實際的發展水準」，即未經協助下所能表現的水準，在這個水準孩子可以獨自完成任務；另一個是「潛在的發展水準」，即經由他人協助下所能完成任務的水準。實際的發展水準和可能的發展水準之間的區域，就是「近側發展區間」。依據「近側發展區間」觀點，學習數學概念或問題時，需要這個問題難度落在學生的潛能發展區內，才能有效促成學生的認知發展。而這個發展的歷程，需要成人或是較有能力的同儕協助同學進行學習，當這位兒童今天跟別人合作能完成的事，明天他就能獨自做這件事（鄭章華、邱守榕、王夕堯，2002）。

PISA 定義「數學素養」的想法，亦希望學生能運用數學思維解決情境中的問題，具有建構理論的色彩，其定義為「個人能在多樣不同的情境之下，將情境問題轉化成數學問題、使用數學及詮釋數學的能力。這素養包括了數學推理及使用應用數學概念、程序、事實、工具來解釋、描述及預測現象。它協助個人瞭解數學在世界上所扮演的角色，能夠進行有根據的評斷，並且針對個體在生活中的需求運用或者投入數學活動，以成爲一個有積極的、關懷的、以及反思的國民(林福來，2013)。因爲 PISA 強調的數學素養是以情境中的數學問題爲主，因此在試題設計強調三個主軸：第一爲情境的重要性。數學學習及其素養的展現在於是否能夠恰當地應用於解決各種不同現實生活中問題。第二則是數學內容知識，包括了變與關係 (change and relationships)、空間與圖形 (space and shape)、量 (quantity)、不確定性 (uncertainty)。第三則是數學過程及背後涵蓋的數學能力，包括能將情境轉化爲數學問題、能應用數學概念、事實、程序及推理解題、及能解讀、應用、評估數學結果的能力(林福來，2013)。因此，PISA 非常重視如何使用數學能力去解決生常生活中的問題。

林福來(2013)教授即指出以情境問題解決教學可以包含以下各種的數學力，並以圖呈現其關係(如圖 2)，各種能力之間相互影響與互動。

- 1.情境與數學間的溝通 (Communication)
- 2.問題數學化 (Mathematising)
- 3.使用及轉換表徵 (Representation)
- 4.推理和論述 (Reasoning and argument)
- 5.發展策略 (Devising strategies)

6.使用符號、形式及術語與運算 (Using symbolic, formal, and technical language and operations)

7.使用數學輔助工具 (Using mathematical tools)

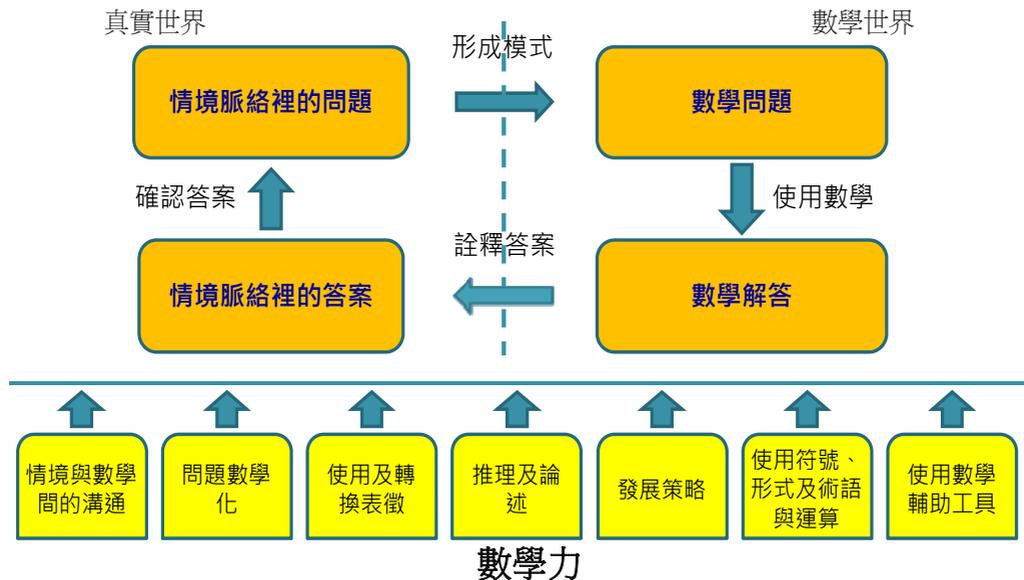


圖 2 情境問題解決教學歷程與其包含的不同的數學力

引自林福來(2013)。數學與數學教育者的對話。12/24/2013，擷取自

w3.math.sinica.edu.tw/nsc_mathedu/new_p/np3.pptx

(三) 鷹架理論：

由 Wood, Bruner, Ross (1976)等人所提出。主要論點是教學者應提供符合學習者認知層次的支持、導引和協助，以幫助學習者由需要協助而逐漸能夠獨立完成某一任務，進而使其由低階的能力水準發展到高階的能力水準。」當學生慢慢發展出學習的自覺時，這些支援會慢慢移走，鷹架理論的觀點類似 Vygotsky 的近側發展區間的觀念，亦即提供符合學生學習的支持，讓學生逐漸從學習中，學會獨自解決問題。

另外布魯納(J. S. Bruner)亦提出表徵理論，做為教學媒介上的轉換，以增進學生對形式數學的學習。表徵理論是指將人類對環境中周遭的事物，經知覺而將外在或事件轉換為內在心理事件的過程，稱為認知表徵或知識

表徵。布魯納的表徵系統論(System of representation theory)分成三種：布魯納認為教材應該是由具體到抽象、由簡單至複雜、由動作表徵至圖像表徵、再到符號表徵等循序漸進方式安排，亦即需藉助具體、半具體至抽象三階段的教材設計與教學方法的資源與支持，才能達至學習成效(張春興，2009)。

(四) 意義化學習理論：

另外美國奧斯貝爾(D. P. Ausubel)提出意義化教學(Meaningful-learning theory)。Ausubel以「認知結構」為基礎，認為真正的學習需要由學習者自行發現知識意義的學習，亦即「有意義學習」，因此強調新的學習必須能與個體原有的認知結構中的舊經驗相互連結(陳蜜桃，1999)。鷹架理論與意義化教學都是建構教學有相似的教學原理，亦即必須重視學習內容對學生的意義性。而相關的數學情境的佈題與表徵亦影響學生的數學學習。

(五) 認知負荷理論：

認知負荷理論最早源自於歐美國家對人體工學與人因科學的研究，從生心理與認知的角度探討工作對執行者相互的影響與作用。後來澳洲新南威爾斯大學教授 Sweller (1988)將這個理論應用到教育上，稱為認知負荷理論，而逐漸引起各界的注意與討論。Sweller (1988)指出所謂認知負荷是將學習者在面對一種特定工作時，在其認知系統中工作記憶上所產生的負荷量。Sweller 認為工作記憶的有限性在於時間(duration)與容量(capacity)均有其限制，所謂時間性的限制是指訊息在工作記憶停留的時間，如果不加以處理，在大約 20 秒左右就會消失；而容量限制則是同一時間能同時處理訊息的數量是有限制的，大約是三或四個新的訊息左右。太多的訊息就會造成工作記憶的過度負荷而無法有效處理。

認知負荷著重探討學生在學習的歷程中，一些影響學生學習的各種因子的探討與操控。認知負荷理論，強調工作記憶的有限性，教師需藉由降低學生學習過程中的認知負荷，以便提升學習的效能。認知負荷認為明確的教學提供學生明確的教學目標與流程，減低因為學習情境過於複雜，而無法在學生的認知負荷範圍內，進行有效的學習(Kirschner, Sweller, & Clark, 2006)。認知負荷藉由操弄各種教學策略，以調整出適合學生學習的模式。

Sweller 等人，將認知負荷分為三類：內在的認知負荷、外在的認知負荷、與適切的認知負荷。內在的認知負荷指學習的新概念的數量與複雜度，學習新的概念數量越多或複雜度越高，都會增加學生學習的認知負荷，而減低學習的效果。外在的認知負荷係指對新訊息的處理與呈現方式。相同的概念，但如果以不同的方式呈現或說明，亦會造成學生的不同理解，例如有文章有無圖示，就會對學習的認知產生影響；而圖示的品質亦會影響學生的理解表現。適切的認知負荷係指如何有效應用策略與長期記憶中的訊息。如果能使用一些認知策略或是利用學生長期記憶已有的基模或知識，就可以較容易降低學生的認知負荷，而增進學習效果。

表 5 替換式數學教學設計與相關理論的關係

替換式數學教學設計	直接教學法	建構教學	認知負荷理論
教材設計			
系統化的結構教材	✓		✓
意義的情境		✓	
教學策略			
明確的教學	✓		
引導的教學		✓	
學生特性			
符合學生的認知能力	✓		✓
意義化的學習		✓	

由上述可知各教學理論皆有其特殊之優點，說明教學過程中應注意的要點，但在教學的應用上，仍有不足之處。在實行上，仍需要考量學生的個別需求、課程的內容架構、與教學策略的彈性的調整。替換式數學教學將各教學理論優點整理，並分置到教學設計、教學策略、與學生特性三個向度上(如表 5)，以做為發展替換式數學教學的主要理論架構。替換式數學提出一個新的思考的架構，方便教學者在教學前能審視數學的內容與結構，同時應用各種的教學策略，協助學生學習。

Wittmann (2009)認為數學教育應是一門學科，需要有科學的架構，因此在研究與標準上，從系統化的教學過程中，讓學生學習數學的組型(pattern)。因此教師的角色應是一位專業的教材設計者，有系統的設計教學的內容。研究者認為教師要能有系統的設計教材，就必需具有學科的專業知能，另一方面除了在教材的設計能力方面的專業外，同時亦需要有優異的教學技能，才能有效的將數學概念，有效的鷹架到學生的數學學習上。

因此特殊教育應用在數學教育上，更應發揮「因材施教」精神，提供最符合學生學習的教學方式，而不是單獨的依賴某一特殊的教學方式，企圖去解決所有特殊學生的問題。希望替換式數學教學的設計，能提供特殊教師更多元與寬廣的教學發展空間，以協助特殊學生學習數學。

五、替換式數學教學的相關原則：

替換式數學教學依據上述教學的理論，採用許多相關的教學原則與教學上，包含如表 6，並逐一說明如下：

表 6 替換式數學教學的相關原則

1. 替換原則：	8. 舉例原則：
2. 分析原則：	9. 鷹架原則：
3. 結構/順序原則：	10. 互動原則：
4. 意義化原則：	11. 彈性原則：
5. 參與原則：	12. 練習原則：
6. 表徵原則：	13. 應用原則：
7. 漸進原則：	14. 興趣/動機原則：

1. 替換原則：

替換數學教學中的各種變化元素，教學的材料選擇與安排、和教學的策略方式的運用，都會影響學生對數學概念的理解與學習。因此替換式數學教學藉由分析教材中，影響學生數學學習的各項元素，並加以安排，以提供適合學生理解和學習的數學情境。替換的理論可以從二個部份分析，一是巨觀替換、另一是微觀替換。巨觀替換(macro-substituted level)分為水平替換與垂直替換二種，水平替換係指同一概念或難度相似的問題的替換，藉由類似例題的呈現，讓學生理解或區辨問題的組型，並藉由練習而理解與熟悉，這一系列的問題在替換式數學結構單上，以水平方式呈現；垂直替換則指不同概念或難度的排列，在替換式數學結構單上，以垂直方式排列。新的概念的呈現，均建立在前一系列的基礎上發展。這些數學概念間可以參考數學發展的能力指標或重點安排。藉由水平與垂直的問題設計，讓教學理解數學階層性的邏輯順序，同時做為教學的重要參考，同時可以檢核學生在不同數學概念發展水準間的差異。而在微觀結構(micro-structure)方面，則主要關注在問題呈現的一些細節或元素的改變，

例如數字/數量、名稱、敘述、語意、句型、單位等的變化，讓題目因為這些因素的改變，而差異不同的難度或理解。也讓學生可以發現一些不同的變化，並不會影響到數學的思維或解題的歷程。例如將問題中的數值調整到較小的或是較容易計算的數量時，學生就比較容易專注在數學問題本身的解題歷程，而不被複雜數值所干擾。

2.分析原則：

分析原則包含分析教材、分析學生的能力、分析教學。替換式數學的教學原則，主要是採用精密的分析原則，藉由分析的過程，了解教材的結構與教學的流程。另外，藉由學生的解題歷程，了解學生的問題，依此可以找到學生的學習問題，同時提供適合的介入點提供介入教學。分析教材主要是採用替換式教學結構表為依據，設計具有序列與結構的教學內容，教師可以從結構表理解概念內與概念間的順承關係。分析教學則是在教學上，教師依學生的特質與能力，採用不同方式的提示、引導、或示範教學。而分析學生，則是從學生的解題歷程中，了解學生在解題過程中，可能面臨的困難，教師可以針對學生的學習特性，設計並提供適性的教學。

3.結構/順序原則：

結構原則包含水平與垂直二個主要向度，以說明替換式數學教材的設計原則。替換式數學教材單元主要是以某一特定領域或概念為主的教材設計結構單，在結構單上是以雙向序列的設計方式，亦問題形式可以是4x5的細格、5x4的細格，水平的細格數或是垂直的細格數，依概念的難易度與學生的能力，做彈性調整。水平的細格，係指一系列概念相似或難度相近的問題，藉由此一系列的數學問題呈現，學生可以在教師的引導或指導下，理解數學問題的類型、特徵、與解題的模式，進而能藉由練習，而精熟數學的概念。而垂直的細格則是一系列不同數學概念的串連，當學生在理解某一連續水平的題目的解題，就進入到另一個垂直系列的問題。由於每一個新的垂直細格上的數學問題，皆與上一個垂直細格上的數學問題密切聯繫，因此學生可以以漸進的方式，進行數學的學習，而不至於有上下概念連貫不一的問題。

4.意義化原則：

替換式數學重視情境佈題，以圖示表徵或是實例呈現數學事實，讓學生可以理解數學算式的意義與表徵，進而能學習並應用數學運算。學生可以藉由意義化的問題情境，理解數學的用途，另外可以藉由實物、圖示、

範例等方式，理解數學問題的意義，並找求數學解題的策略等。

5.參與原則：

替換式數學的設計歷程，師生皆為參與者。教師參與教材的設計與教學的彈性，同時讓學生參與數學學習過程中的主動解題表現。在替換式數學教學過程中，當學生對於某項數學概念能容易理解時，教學可以只是提供引導或提示，讓學生可以理解應用問題的意義與解題的方法，且可以主動參與解題歷程。但如果學生對於理解題意或概念有困難時，教師則提供明確的示範與說明，讓學生理解解題的步驟與原則。因此在教學的過程中，教師與學生都是主動的參與數學學習的活動。透過適度掌握教學，團體活動下也能讓每個孩子進行個別練習。教師須提供一個輕鬆且開放的發言環境，加上外在鼓勵與支持，來引導孩子參與討論或分享經驗，以藉由參與學習，培養學生學習責任與社會互動的能力。

6.表徵原則：

在替換式數學過程中，強調表徵的重要性。表徵(representation)是指將外在現實世界轉換成心理事件的歷程(張春興,2007)。在概念介紹的初期，依概念或情境內容，提供各種不同的表徵，以提高學生對問題的理解能力。藉由表徵方式，讓學生可以做為數學解題的中介，做為文字題與算式之間重要的解題橋樑。藉以形成內在心像，進行抽象的數學操弄。

7.漸進原則：

學生在初學數學概念，需要提供學生充份的範例或引導，以了解數學的規則，或約定成俗的數學成人算則。例如「把一條繩子平分成二段，其中的一段是多少？」學生大都會回答「半條。」教師再導入二分之一的概念。然後再教學生認識平分成3等分、5等分、9等分等，讓學生理解其對應到三分之一、五分之一、九分之一等例證，才能讓學生建立單位分數量的概念(甯平獻,2010)。

8.舉例原則：

在替換式數學的設計，以結構單的方式設計問題，每一水平系列的問題，至少會出現三題以上的例題，提供學生熟悉題型或概念，進而有機會進行練習。老師亦可從例題的提問過程中，發現學生解題的問題，提供及時的協助，如果結構單的例題不夠時，教師可以依水平替換題教學目標，再行設計相似的問題。

9.鷹架原則：

由於替換式數學教學，強調事前的例題設計，讓教師理解教材的概念結構意義與教學流程。因此在替換式數學的教學過程中，教師藉這些例題，以漸進的方式進行佈題與提問，並彈性的以明示或引導的教學方式鷹架學生的解題理解，當學生逐漸理解問題、掌握解題原則、並能正確解題時，教師就可以藉由其它的例題，讓學生獨立解題。

10.彈性原則：

彈性原則包含二項，一為教學方式的彈性，另一為教材設計的彈性。在教學方面，替換式數學教學主張教學過程中，應保持教學的彈性，教師可以依據學生的能力與發展，以不同的教學方式進行教學，例如採用提示引導方式教學，或是採用明示與說明方式進行教學。教學的方式取決於學生的理解能力。雖然大部份的特殊學生的理解能力比一般學生弱，而教學者常採用明確教學的方式，示範解題歷程，並加以練習。但部份特殊學生對於某一些數學問題，仍有不錯的理解能力，如果能引發這些學生的主動探索能力，對於數學解題與興趣，就有提升的效果。在教材方式，如果教學結構單仍不能符應學生的學習需求時，教師可以依水平題型，再設計相關題目或是回到先前的學習技能結構單。

11.互動原則：

替換式數學強調教師與學生之間在數學學習時的互動過程，教師與學生都是數學學習過程中的有機體，因此教師與學生的學習是互動且具有彈性的。教師依據學生的能力差異，提供差異化的教學，讓學生在漸進的提示中，發展獨立的解題能力。

12.練習原則：

替換式數學強調練習對於數學學習的重要性。當學生在理解數學的解題原則或歷程時，仍需要藉由練習的過程，以強化數學熟練。一些研究也指出數學困難學生在數學學習時，常會出現數學事實提取困難的問題，其原因除對相關數學的概念理解困難外，缺乏有效與密集的練習，亦是另一因素。因此當學生學習某一概念時，替換式數學的教材設計，會提供一系列的數學練習題目，以強化學生的理解與熟練表現。

13.類化與應用原則：

雖然練習對於數學的學習是非常重要的，但仍需要以理解做為練習的

基礎。從理解的過程中，學生才能將所學習到的知識或技能，類化或應用到日常生活中的問題解決中，或是應用到不規則的問題。單純的練習，並不能保證學生可以靈活的運用數學概念或技巧到各種情境中。因此在教學的過程中，就需要考量學生的理解能力，採用適當的例題或表徵方式，協助學生學習數學的概念。

14.興趣/動機原則：

學習要有動機 (motivation)，兒童需要喜歡學習，願意學習，而後學習才有效果。因此教材設計需符合學生學習潛能的 ZPD 區間，讓學生接受可以學習而不會太難的挑戰，並提供練習以增加學習的自信心與動機。如果學生有學習的困難時，教師可以再輔助鷹架的協助，以增進學習表現。

六、替換式數學教學模式的教學目標：

替換式數學教學模式的教學目標如下：

(一) 培養學生基礎概念

解決文字題依賴數學領域所牽涉的概念知識解決文字題的相關能力包含：了解題目的語意結構、具備基本的數字技能及策略(Griffin, & Jitendra, 2009)。因此，提取基本數學事實、程序、規則的速度緩慢將造成處理文字題的過程中，出現不同程度的困難。學生在存取或自動化中需要掌握三個部分：問題解決策略、語言理解、相關事實的自動化(Gersten, 1999)。替換式教學法主張彈性有效的教學模式，採用建構導向的教學，又兼顧明確引導的直接教學，可穩固數學基礎能力，減少加減文字題解題的不流暢。

(二) 提升學生數學語言

數學的本質雖為抽象邏輯思考，但數學的學習，詞言理解佔了相當大的比重，解決文字題的難度往往在於語言的貧乏(Fuchs et al.,2008)。數學學習歷程與語言有多處重疊之處，其為：語彙、語法、抽象符號與文體(李秀妃, 2009)。語法的歧義及符號、文字的多義性，如 5、五樓，五歲，同一數字 5 的概念，卻有不同之表徵，而「我比你多」、「你比我多」文字結構相同，卻有不同語意，對學生往往造成閱讀理解上的困難，學生需有較好

的語言基礎和數學基礎才能理解並計算數學加減文字題。老師可借由生活語言解釋計算規則與步驟，並對曾學過概念進行複述，透過明白闡述與立即回饋，提升語彙及句子結構理解。

(三) 增進學生數學能力

藉由替換式數學的教材結構性分性，以及多元的教學策略與表徵應用，讓學生從數學學習過程中理解數學的意義，練習數學，並且提高數學成就與數學信心。

七、總結

替換式數學希望從數學文本分析，結構化佈題設計，彈性化教學，並藉由歷程性的學習評量，以充份配合學生的數學學習需求，同時提升教師在「數學知識」、「教學知識」及「數學教學知識」的專業成長。

參考文獻：

- 史書華編譯 (2013/12/05)。全球 PISA 最新評比：台灣學生快樂，但數學學習 M 型化。天下雜誌。2013/12/14 取自 www.cw.com.tw/article/article.action?id=5054389&page=2。
- 李國偉(2013/12/14)。TIMSS 2011 耐人尋味的問題。科學人雜誌。2013/12/20 取自 sa.ylib.com/MagCont.aspx?Unit=columns&id=2119
- 林福來 (2013)。數學與數學教育者的對話。擷取自 12/24/2013，w3.math.sinica.edu.tw/nsc_mathedu/new_p/np3.pptx
- 柯華葳 (2005)。數學學習障礙學生的診斷與確認。特殊教育研究學刊，29，頁 113-126。
- 張春興 (2009)。教育心理學—三化取向的理論與實踐。東華，台北。
- 郭靜姿 (2002)。談數學學習障礙學生的教學。在郭靜姿、蔡明富編著，解脫「數」縛-數學學障學生教材設計 (頁 3-42)。台北市：國立臺灣師範大學特殊教育中心。

- 陳密桃 (1999)。認知取向的學習。載於林生傳 (主編)，**教育心理學**。(頁 113-140)。台北：五南。
- 甯平獻 (2010)。數學教材教法。台北：五南。
- 楊坤堂 (2009)。數學學習障礙。台北市：五南。
- 詹士宜譯 (2012)。數學困難。載於洪儷瑜 (主編)，**學習障礙與其他障礙之學習困難**。(第 1-30 頁)。台北市：華騰。
- 鄭章華、邱守榕、王夕堯 (2002)。影響國中數學教師進行建構式教學改變之因素——合作協助者之立場作為與成效分析。**科學教育**，**12**，頁 127-146。
- 盧台華 (2013)。如何在十二年國教中提升特殊教育的品質--從課程與教學著手。2013/12/29 擷取自 searoc.aide.gov.tw/files/專題演講-盧台華老師.ppt。
- Baroody, A. J., Bajwa, N. P., & Eiland, M. (2009). Why can't Johnny remember the basic facts? *Developmental Disabilities Research Reviews*, *15*(1), 69-79.
- Cawley, J. F. (Ed.) (1984). *Developmental teaching of mathematics for the learning disabled*. Rockville, MD: Aspen Systems.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Cirino, P. T., & Fletcher, J. M. (2008). Intensive intervention for students with mathematics disabilities: Seven principles of effective practice. [Article]. *Learning Disability Quarterly*, *31*(2), 79-92.
- Geary, D. C. (2010). Mathematical disabilities: Reflections on cognitive, neuropsychological, and genetic components. [doi: 10.1016/j.lindif.2009.10.008]. *Learning and Individual Differences*, *20*(2), 130-133.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., & Catherine DeSoto, M. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. [doi: 10.1016/j.jecp.2004.03.002]. *Journal of Experimental Child Psychology*, *88*(2), 121-151.
- Ginsburg, H. P. (1997). Mathematics learning disabilities: A view from developmental psychology. *Journal of Learning Disabilities*, *30*(1), 20-33。
- Griffin, C. C., & Jitendra, A. K. (2009). Word Problem-Solving Instruction in

- Inclusive Third-Grade Mathematics Classrooms. *The Journal of Educational Research*, 102(3), 187-201.
- Haylock, D. (2010). *Mathematics explained for primary teachers* (4th ed.). Thousand Oaks, Calif.: SAGE Publications.
- Herman, P., & Gomez, L. M. (2009). Taking guided learning theory to school: reconciling the cognitive, motivational, and social contexts of instruction. In S. Tobias & T. M. Duffy (Eds.), *Constructivist instruction : success or failure?* (pp. 62-81). New York: Routledge.
- Jaworski, B. (1994). *Investigating Mathematics Teaching: A constructivist enquiry*. London: The Falmer Press.
- Kameenui, E. J., & Simmons, D. C. (1990). *Designing instructional strategies: the prevention of academic learning problems*. Columbus, OH: Merrill Pub. Co.
- Kirschner, P., Sweller, J., & Clark, R. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist*, 41, 75-86.
- Lerner, J. W., & Johns, B. H. (2012). *Learning disabilities and related mild disabilities : teaching strategies and new directions* (12th ed.). Belmont, CA: Wadsworth Cengage Learning.
- Marcus, N., Cooper, M., & Sweller, J. (1996), Understanding instruction, *Journal of Educational Psychology*, 88(1), 0049-0063.
- Mercer, C. D., Mercer, A. R., & Pullen, P. C. (2011). *Teaching students with learning problems* (8th ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: The author.
- Stein, M., Kinder, D., Silbert, J., & Carnine, D. W. (2006). *Designing effective mathematics instruction: A direct instruction approach* (4th ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson/Merrill Prentice Hall.
- Sweller, J. (1988). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science*, 12, 257-285.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001, 19-23 November). *Realistic mathematics education as work in progress*. Paper presented at the 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education, Taipei.

- Van Oers, B. (1996). Learning mathematics as a meaningful activity. In L. P. Steffe & P. Nesher (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 91-113). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society : the development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Wittmann, E. C. (2009). Mathematics education as a “ design science” . In A. J. Bishop (Ed.), *Mathematics education* (pp. 258-273). New York: Routledge.
- Wood, D., Bruner, J. S. & Ross, G. (1976), The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 17, 89 – 100.
doi:10.1111/j.1469-7610.1976.tb00381.x

第二章

替換式數學教學的教材 設計原則

詹士宜

替換式數學教學的教材設計主要是依據直接教學與認知負荷理論的設計原則，直接教學的教材強調結構與系列的階層設計，因此運用直接教學法的教材設計觀點，可以協助教師掌握到數學概念的順承關係。當教師對數學教材與概念有深入理解時，教師在教學的過程中，就能彈性的調整教學方式。而認知負荷的理論，提供教師對於學生認知能力限制的覺知。提供太多學習的內容、概念、或訊息，並不利於學生的學習，而許多特殊學生在工作記憶的容量，也比一般學生弱。因此在教材設計上，就必須小心的理解學生在一個時間內，可以學習概念的數量，來提供適當訊息的總量，以免超過特殊學生工作記憶的認知負荷。

另外認知負荷理論與意義化學習理論，亦提到舊經驗對於學習的重要性。認知負荷理論指出由於工作記憶的容量極為有限，因此同一時間，學習過多新的訊息，會造成過度的認知負荷，而缺乏可茲統整處理的空間。但如果教學者能妥善的應用學習者長期記憶中的基模，就能自由來回的提存，而不受工作記憶的影響。而意義化學習理論，亦有相似的觀點。即學習要有效果就必須與個體原有的舊經驗相互連結。因此在替換式數學教學在教材的設計上，就必須審慎的設計，經由理解數學概念的結構階層排列，以及配合學生可能的認知負荷，再以意義化的方式，呈現教材的內容，讓

教學者在充份的理解教材建構下，協助學生學習數學。

一、基本原理：

以水平替換與垂直替換二種方式設計題目做為佈題參考

設計方式分為水平替換（parallel substituted）與垂直替換（vertical substituted）二種題型(如圖 1)。水平題型係指同一種或相似的技巧或概念不斷連續呈現，藉由這種呈現的方式，讓學生得到練習與理解，並習得技巧或概念。另一種為垂直題型，係指一個新的概念或技巧被介紹時，教師在這種題目時，應仔細對概念進行解釋與說明，必要時，提供更多的例題示範給學生參考與觀摩。直到學生了解與熟悉此概念或技巧時，再進平行式的例題練習。

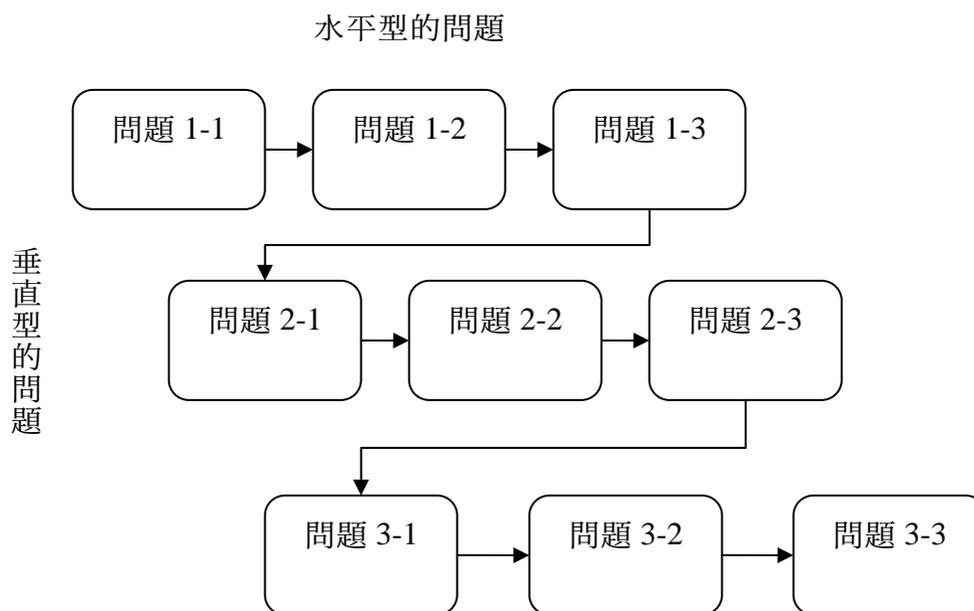


圖 1 水平型與垂直型的數學問題結構模型

水平替換：為相似題目或題型的設計，其用意在於協助學生理解概念，藉由例子與練習，而獲得概念，並能應用概念在相關的問題上，例如從問題 1-1 到問題 1-3。當學生對於問題組型能理解、澄清、熟練題目組型與概

念時，教師就可以加速進行教學的程序。例如，略過一些問題練習，而進行下一個垂直性的問題。當學生未能理解時，就需更精緻的說明講解，看學生哪些部分出現問題。如果學生還有問題，則需要回到更早的教學歷程中，以強化其先備的知識與概念。

垂直替換：問題 1-3 到問題 2-1 為垂直的替換，而問題 2-1 到問題 2-2，再到問題 2-3 為平行的替換。垂直的替換，主要是新數學概念的引入、概念進階、或概念轉換，因此在進行垂直替換時，教師的教學要特別注意引導，以了解學生的理解情況，如果學生未能理解，就需要列舉更多的例子進行說明。

二、教材設計步驟：

在教學目標設定，有幾個方法可以進行。

1. 設定二個前後相連的教學目標，前一個教學目標當作起點目標，後一個教學目標，當作結果目標。在這二個教學目標間，開始替換設計的成份改變設計。
2. 以學生的目前的學習表現為起點行為，而學生要學會的技能為結果目標。二個目標間，採最少距離原則，亦即在成份替換間，能有清楚明顯的替換連結，讓教師了解教學目標成份的轉換歷程與原則，同時讓教師在學生習得或接近目標概念時，可以進行彈性調整教學步調，以配合學生的進步情形。
3. 依據上述二個技能行為間，擬訂教學替換教學設計。

三、替換式教材替換的向度：

在替換的向度可以從幾個不同的向度分析：概念的、數字、語詞、策略的、情境的。藉由應用這些數學教學概念或語彙的替換，除了可以增進學生對問題核心概念的理解外，同時增加學生題目的練習機會，並提升學生未來解決非規則性問題的能力。

茲以時間為例，其替換向度可包含如下：

（一）概念的替換：

1. 不進位的時間計算
2. 進位的時間計算
3. 跨中午的時間計算
4. 時距
5. 向前推時間
6. 開始的時間-經過的時間-結束的時間
7. 生活應用

（二）數字的替換：

數字的替換可以改變數值的大小，或是單位的改變。當數字或單位的複雜度小時，學生較能專注在數學的問題理解上。若時數值或是單位變複雜時，就容易增加學生的認知負荷，而減少學生可以理解問題的工作記憶處理空間。因此在替換式數學的教材設計上，可以一開始先設計數值比較小的問題，讓學生理解應用問題中，各敘述語詞的關係，進行解題。當學生能明白數學問題的解題規則，再將問題的數值調整成較大的數值。

1. 10 分
2. 30 分
3. 50 分
4. 1 小時 20 分
5. 2 天又 8 小時

（三）語詞的替換：

在語詞的替換上，可以包含最少三替的語詞替換內容：人名的替換、物品名稱、動詞的替換。(1)名詞的替換部份，教師可以將學生的名字放入問題，以增加學生的參與度。將學生的姓名放入問題中，讓學生覺得好像在解決自己的問題。(2)物品名稱的替換可以以學生較熟悉的名詞取代，例如羚羊可以用牛或豬等來取代，遙控飛機可以用模型汽車取代等，除溼機改為電風扇。如果這些名詞對學生的理解尚有理解上的困難時，就可以再依學生生活的各種情境或熟悉的事物替換，以增加學生對數學問題的理解。(3)動詞的替換，教師可以用一些相關的動詞替換，讓學生理解這些語

詞的，並不會影響數學問題的解決，例如時間的相關語詞的替換。

1. 經過 30 分
2. 過了 30 分
3. 花了 30 分
4. 走了 30 分
5. 寫了 30 分

（四）教學策略的替換：

在教學策略的替換上，教師在佈題時，可以使用不同的呈現或表徵的方式，藉由這些改變，提升學生對於問題的理解，例如以實物或圖形的表徵，可以增加學生對於應用問題的理解程度。使用互動式電子白板，可以增進師生雙向互動與討論的機會。利用 ppt 可以增加佈題的效率。使用黑板或白板，則可以在原佈題題目中，做及時的題目成份替換，增加學生對於題目內容小幅度改變的適應，與解題的表現。以下列舉可以進行教材設計前的教學替換策略之使用。

1. 口語說明或提問
2. 以實物操作
3. 文字
4. 圖示：線段、圖形
5. 示範解題
6. 練習
7. 放聲思考
8. 以 PPT 呈現
9. 無關或干擾訊息

（五）情境的替換：

在替換式數學教材設計，有關應用問題的解決上，教師可以針對問題情境進行替換，讓學生理解，許多的數學問題是出現在日常生活中的情境。例如在時間的概念教學上，就可以使用以下生活情境，做為佈題的參考。

1. 用餐
2. 寫作業

3. 日常生活
4. 看電視、電影
5. 走路
6. 運動
7. 作息
8. 交通
9. 旅遊

(六) 語句的替換：

語句的替換包含，數學問題中的句型複雜度的調整、句型位置的改變、敘述方式的改變、解題的改變等。藉由語句的替換，讓學生不會受到關鍵字、句型的干擾，而能真正理解問題的題意，進行解題。也可以藉由語句的逐步替換，逐漸增加問題難度或複雜度，在學生解題過程中，增進學生的解題能力。以部編版數學教科書舉例，如表 1，問題的佈題，就可以由表 1 易而難的變化，漸進式的提高問題難度，強化學生的解題表現。

表 1 不同的數學題型變化

-
1. 一小時騎 10 公里，小明騎 20 公里，小明需要騎多久？
 2. 小明一小時騎 10 公里，小明參加路程 20 公里的自行車比賽，小明需要騎多久？(敘述改變，解題不變)
 3. 小明參加路程 20 公里的自行車比賽，小明一小時騎 10 公里，小明需要騎多久？(敘述改變，解題不變)
 4. 小明參加路程 70 公里的自行車比賽，小明一小時騎 10 公里，小明需要騎多久？(數字改變，解題不變)
 5. 小華參加路程 70 公里的自行車比賽，小華一小時騎 14 公里，小華需要騎多久？(數字改變，解題不變)
 6. 小明和小華參加路程 70 公里的自行車比賽，小明一小時騎 10 公里，小華一小時騎 14 公里，誰比較快到達終點？快幾小時？」(題型改變，解題改變)
-

這些不同數學成份的改變，讓學生不致在學習數學的過程中，只做機械式的練習與記憶，而忽略理解的重要性。從這些數學成份的替換式，讓學生能理解數學的問題，並尋找正確的解題策略進行解題。

第三章

替換式數學教學設計與 檢核

詹士宜

一、替換式數學的教學

學者建議在數學補救教學時，應(一)重視數學知識的性質與教學原則，例如嚴謹的結構順序、重視學生心智歷程、生活化的數學等。(二)要能引起與維持數學學習動機，如成功的經驗、內化學習目標、適時回饋、與遊戲化等。(三)使用有效的補救教學方法，如直接教學法、合作學習法、認知結構激發法、問題解決法等本研究認為數學成就也會影響個人的態度與動機(孟瑛如，2009)。在教學的現場中，我們經常會發現，如果能有效的使用獎勵的策略或是激勵學生的學習動機，學生在面對可能需要花費較多心智負荷的任務時，亦會願意投入更多的心智努力來達成目標。

而 Van den Heuvel-Panhuizen(2008)指出在教導學生學習數學時，應注意三種發展的軌跡(trajectories)：學生學習的軌跡、教師教學的軌跡、以及學科內容的軌跡。學習軌跡說明學生學習的進程，提供教師對學生學習的了解與期望。當教師了解學生的可能發展軌跡時，並安排適當有順序的教學介入，學生才能從逐步的協助中獲得學習，並改變學生的學習水準，同時檢核學生的進步情形。教師教學軌跡則說明教學應持續與學生對話互動，

並且應有效的串連與刺激學生的學習。而學科內容的軌跡是指那一些核心的概念或元素要被安排與教學。藉由同時考量教材、學生學習、與教師教學的三個取向，讓數學教學變得更加緊密與完整。

Van de Walle(2006)指出數學教師要達到有效教學必須綜合具有以下四方面的素質：(1) 精通數學基本知識—知道什麼是“解數學”，(2) 理解學生是怎樣學習知識和構建知識，(3) 能選擇和設計任務，讓學生在類似解決問題的環境下學數學，(4) 能將評估過程和教學過程有機結合以促進學習和改善教學(張英傑、周菊美編譯，2005)。綜合上述文獻建議，都促使替換式數學教學的產生。

在替換式數學的教學活動中，教師扮演極為重要的角色，教師為了配合學生的個別學習需求與反應，必須隨時彈性的調整教學的節奏與引導方式，以符合學生的學習反應，並激發學生的學習動機。例如同一問題，有些學生的理解較佳，因此不需要太多的引導，亦能立即正確解題，並應用在其它相似的問題上。但對有些學生，如果在示例的過程中，教師的引導太少，學生可能會因理解不足，而造成學習的中斷或受挫。但如果示例的學生太多，學生可能會覺得教師的教學索然無味。因此對於理解層次高的學生，教師可以以提問的方式進行解題引導；但如果學生的理解層次較弱，教師就可以以直接與明確的教學方式，進行示範解題，說明解題的步驟。替換式數學在教學的過程中主要經過縝密的教材與學生分析，並進行彈性的教學，在教學的過程中，提供學生適性的練習，以強化學生對數學概念或問題的理解，而能正確的解題。

替換式教學設計包含以下特色：

1. 選擇要教學的目標與重點
2. 分析所要教學的步驟
3. 事先準備或設計問題
4. 設計問題與作業單
5. 調整所要教學的步驟的順序
6. 準備所需要的教學材料
7. 教師示範與說明解題步驟與概念
8. 進行教學，並彈性處理教學進度，以配合學生的程度。教學時，應採用明確教學與引導教學並用方式，以符合學生學習能力，並激發學生主動學習的興趣。教師可以以黑板或 PPT 方式呈現問題，學生

以小白板進行解題，以提升解題教學之效率。

9. 學生配合自己的小白板進行練習，教師進行指導。
10. 進行檢核或共同訂正，並提供回饋。
11. 個別練習(作業單)
12. 進行下一個目標的學習。

由於替換式數學教學的階層結構設計，並採用漸進與彈性的教學方式，讓數學學習困難學生不會覺得學習數學是一件困難的事。同時在教師的引導下，能理解並練習相似的數學問題，希望對這些學生的數學表現能有助益。如果在各種教學策略調整對學生的學習都沒有效果時，就可能需要進行教材的調整或是再回到先前的學習單元進行教學。

二、替換式數學教學的解題檢核：

因為替換式數學教學的設計，以數學能力指標所包含的數學問題做為教學的目標。因此在題目的設計上，可以扣緊能力指標，同時檢核學生達成能力指標的情形。替換式數學的檢核可以分為概念習得的檢核與學生解題歷程的檢核二個部份：

(一) 數學概念習得的檢核

在數學解題的教學過程中，教師可以依據學生在替換式數學結構單上的各題表現，給予不同的註記(如圖 1)。解題註記分為四個層次：獨立完成(independent)、引導完成(guided)、指導完成(explicit instruction)、未完成(failure)，分別以 I, G, E, 與 F 表示學生的解題狀態。學生能獨力完成的題數越多，表示學生可以以更快的速度完成結構單的內容，同時不一定需要將結構單的題目全部算完，教師可以指定一些題目讓學生獨立完成。如果學生可以獨立完成這些指定題目，教師就可以略過一些練習，而逕往較高層次的數學結構單進行教學。但如果學生一直需要提供明確協助或者無法完成一些問題時，就表示本結構單對於該學生的數學學習並不太適合，而可能需要重新調整問題，或者回到更早以前的數學結構單或先備的數學概念的教學。從學生在數學結構單的表現，就可以知道學生的表現與進步情形，教師亦可以依此調整自己的教材設計與教學策略使用。

老闆把一袋 75 公斤的茶葉，平分裝成 5 包，賣出 3 包，共賣出多少公斤的茶葉？
<input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F

圖 1 數學解題歷程的檢核

(二) 解題歷程的檢核

解題歷程的研究可以說是探討學生解題思維的一項重要工具，藉由學生的解題歷程分析，可以了解學生在數學學習過程的的思考發展情形，同時分析學生可能的困難原因，教師可以藉此提供有效的介入措施，協助學生解決問題。如果教師不能理解學生解題過程中，出現問題之所在，就不易精準的提供適切的介入教學，徒然增加學生的學習挫折感與教師教學的無力感。

表 1 數學應用問題解題歷程檢核單

解題歷程	日期/或題數				
一、閱讀理解階段：					
1. 正確閱讀或朗讀題目					
2. 正確說明題意					
3. 說明或探索可能的解題方向(擬定計畫)					
二、列式或圖示表徵階段：					
4. 正確說明解題方式或解題步驟或口述列式					
5. 正確列出解題算式或繪出解題圖示					
三、執行運算階段：					
6. 執行計算或數學處理					
四、驗證階段					
7. 驗證計算					
8. 回答問題					
總計					

從文獻探討中，可以發現許多的學者提出各種不同的解題歷程分析，例如 Polya (1957)、Schoenfeld(1985)、Mayer(1992)、Lester(1980)。其中大部份的解題歷程從 Polya 的解題歷程模式衍生而來，但一些解題歷程，內容過於複雜，並未特定針對國中小學童的數學解題而發展，以致在探討國中小數學解題的歷程中，並不易被加以應用。本研究綜合上述解題歷程，並參考國小數學解題的實際情形，將數學解題歷程分為四個階段，八大步驟(如表 1)，以方便國中小教師分析學生的解題行為。教師除可以分析學生的解題歷程表現外，同時可以加以量化比較學生在各解題歷程間的進步情形。

在數學解題歷程的檢核中，可以用觀察、訪談、或是放聲思考的方式，讓學生呈現其解題歷程中的各項表現，例如在步驟 1. 正確閱讀或朗讀題目，就是要

1. 正確閱讀或朗讀題目：確認學生是否能正確閱讀題目，如果學生不能正確閱讀題目，就無法理解題意，並進行解題。
2. 正確說明題意：當學生可以正確讀出問題時，可以詢問學生題目的意思，包含問題要解什麼？題目的意思為何？學生用自己的話，說明題意。
3. 說明或探索可能的解題方向(擬定計畫)：當學生能說明題意後，進一步的歷程為學生能知道需要用什麼方法進行解題，例如使用加法或減法，以及可能的解題步驟。這一步驟是學生對於解題的判斷。如果學生不知道要用什麼方式進行解題，就無法完成正確解題的動作。
4. 正確說明解題方式或解題步驟或口述列式：學生口頭說明解題需要進行的步驟或列式的方向，以確認學生可以正確的列式。
5. 正確列出解題算式或繪出解題圖示：相對於步驟 4 的口語說明，步驟 5 則是實質將解題的歷程列出算式或圖示，以呈現解題的歷程。亦即將語言文字的符號轉換成數學的符號。
6. 執行計算或數學處理：學生算式列式或表徵後，進行算式的運算，以解出未知數。
7. 驗證計算：當執行完成計算的過程後，進行答案的檢核，檢查答案是否合理，或者需要進一步驗算。
8. 回答問題：確認答案後，回答所得的答案是回答什麼問題，並注意答案的單位是否正確。

替換式數學雖然提供八個步驟的解題歷程檢核單，但由於每一個問題的難易度不同，因此在解題的歷程中，並不一定每一個步驟都需要加以確認。教師可以在教學之初，運用解題歷程檢核單，確認學生的解題歷程出現的問題位置，採用適當的介入策略進行補救教學；或者當教師對學生的解題歷程有疑問時，可以依此檢核表進行檢核。

教學者應注意，有些簡單的題目並不適合用太複雜的解題歷程詢問學生的解題步驟，因為學生可能只知道怎麼做，而不清楚為什麼這樣做。太細節的詢問，有時也會造成學生的混淆。因此教學者，必要時可以簡化此八個解題步驟進行檢核。另外教師也不一定對每一個問題進行檢核，當教師在幾題例題的解題表現上，能正確的反應時，就不一定每一題都要一一檢核，而只有在學生解題出現問題或是不理解時，才進行應用問題的解題檢核。

參考文獻：

- 孟瑛如 (2009)。資源教室方案－班級經營與補救教學。台北：五南。
- 張英傑、周菊美譯 (2005)。中小學數學科教材教法。台北市：五南。
- Lester, F. K. (1980). Research in Mathematical problem solving. In R.J. Shumway (Ed.), *Research in mathematics education* (pp. 286–323).. Reston VA National Council Mathematics.
- Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition*. New York: W. H. Freeman and company.
- Polya, G. (1957). *How to solve it*. Princeton, NJ University Press.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL:Academic Press.
- Van de Walle, J. A., & Lovin, L. H. (2006). *Teaching student-centered mathematics*. Boston: Allyn & Bacon.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2008). Learning-teaching trajectories with intermediate attainment targets. In Van den Heuvel-Panhuizen, M.(Ed.), *Children learn mathematics: A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school*(pp. 13-22). Rotterdam: Sense Publishers.

第四章

替換式數學教學對國小 輕微認知缺損學生學習 小數除法文字題之應用

黃美潔

一、教學單元目標

- 1.能解決整數除以小數（沒有餘數）的問題
- 2.能解決小數除以小數（沒有餘數）的問題

二、教學說明

（一）【替換式數學教學設計結構表】說明：

替換式數學教學設計結構表內之橫向題目為水平替換設計，屬於數學概念相同之題目；縱向題目為垂直替換設計，為新增概念之題目。

1.水平替換：

序號	水替改變 1	水替改變 2	水替改變 3	水替改變 4	水替改變 5	水替改變 6
水替重點	整數除以一位小數	整數除以二位小數	一位小數除以一位小數	二位小數除以二位小數	二位小數除以一位小數	一位小數除以二位小數

2. 垂直替換：

序號	垂替重點	說明
垂替改變 1	以整數除法問題連結至小數除法	從個位整數除法的情境問題中複習除法意義及算式，再引入小數，連結以小數列出除法算式。
垂替改變 2	等組分配(包含除)問題	以等組分配情境布題，教導學生解題，而此垂替改變中的題型相同，數字則依據水平替換而增加難度，可提醒學生雖數字不同但算法相同。
垂替改變 3	被除數於題目出現順序不同	以等組分配情境布題，但除數出現順序先於被除數，以破除學生將先出現的數字放在被除數列式之迷思概念。
垂替改變 4	幾倍問題	教導學生解決「誰是誰的幾倍問題」，此垂替改變中的題型相同，數字則依據水平替換而增加難度。
垂替改變 5	被除數於題目出現順序不同	以幾倍問題布題，但除數出現順序先於被除數。

(二)【教學流程】說明：

1. 教學分成三節課進行，教學重點為教導學生理解小數除法應用問題，並列出小數除法算式。
2. 【第一節】教導垂替改變 1 和垂替改變 2，以建立小數的除法概念。
3. 【第二節】複習垂替改變 2，再教導垂替改變 3，提醒學生在應用問題中並非先出現的數字就放在被除數，然後再教導垂替改變 4，引入幾倍問題的概念。
4. 【第三節】複習垂替改變 4，加強幾倍問題的理解與列式能力，再教導垂替改變 5，提醒學生在應用問題中並非先出現的數字就放在被除數，最後複習此教材中出現過的題型，請學生歸納不同垂替改變的解題方法。

三、教案設計

替換式數學教材及活動設計

學習領域	數學領域	設計者/ 教學者	黃美潔
單元名稱	小數除法	教材版本	康軒版第十一冊第四單元
適用對象	六年級輕微認知缺損學生	教學節數	3 節
單元目標	1.能解決整數除以小數（沒有餘數）的問題 2.能解決小數除以小數（沒有餘數）的問題		
適用能力指標	6-n-04 能用直式處理除數為小數的計算，並解決生活中的問題		

節次 (能力指標)	教學內容	時間	教學資源	評量標準
6-n-04	<p>(一)準備活動 【引起動機】整數除法－垂替改變 1 1.教師以簡報 PPT 呈現布題，以個位數整數除法的情境問題中教導學生解題，並複習除法意義及算式。 布題 1：有 2 公升的水，要分裝在杯子。 (1) 如果每杯裝 1 公升，可以裝成多少杯？ (2) 如果每杯裝 2 公升，可以裝成多少杯？</p>	3 分	小數除法 PPT	能說出除法算式中的被除數、除數和商的意義
	<p>(二)發展活動 【活動一】小數除法－垂替改變 1 1.教師以相同布題提問，引入小數，協助學生連結－以小數列出除法算式。 布題 1：有 2 公升的水，要分裝在杯子。 (3) 如果每杯裝 0.1 公升，可以裝成多少杯？ (4) 如果每杯裝 0.2 公升，可以裝成多少杯？ (5) 如果每杯裝 0.4 公升，可以裝成多少杯？ (6) 如果每杯裝 0.5 公升，可以裝成多少杯？ 2.教師呈現布題 2，透過提問與畫圖表徵方式，教導學生以小數列出正確的除法算式，並請學生於小白板上作答。 布題 2：有 3 公升的紅茶，要平分裝在杯子裡。 (1) 如果每 1 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？ (2) 如果每 3 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？ (3) 如果每 0.1 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？ (4) 如果每 0.2 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？ (5) 如果每 0.3 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？ (6) 如果每 0.6 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？</p>	15 分	小數除法 PPT	能說出除法算式以解決小數的除法問題

(續下頁)

(接上頁)

節次 (能力指 標)	教學內容	時間	教學 資源	評量標準
6-n-04	<p>3.教師呈現布題 3，請學生於小白板上作答以做檢核。(若學生還不瞭解，則透過提問與畫圖表徵方式，教導學生以小數列出正確的除法算式)</p> <p>布題 3：有 12 公升的紅茶，要平分裝在杯子裡。</p> <p>(1) 如果每 1 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？</p> <p>(2) 如果每 4 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？</p> <p>(3) 如果每 0.1 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？</p> <p>(4) 如果每 0.4 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？</p> <p>(5) 如果每 1.2 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？</p> <p>(6) 如果每 1.5 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？</p>	15 分	小 數 除 法 PPT	能寫出除法 算式以解決 小數的除法 問題
6-n-04	<p>【活動二】小數除法－垂替改變 2</p> <p>1.教師呈現布題 4，以提問方式，確認學生對題意的理解情形，教導學生列出正確的除法算式。</p> <p>布題 4：有 36 公斤的花生，每 1.8 公斤裝成一包，可以裝成多少包？</p> <p>2. 教師呈現布題 5，透過提問與畫圖表徵方式，教導學生列出正確的除法算式。</p> <p>布題 5：把 21 公升的果汁，每 0.25 公升裝成一杯，可以裝成多少杯？</p> <p>3. 教師呈現布題 6，透過提問與畫圖表徵方式，教導學生列出正確的除法算式。</p> <p>布題 6：有 2.8 公尺長的竹竿，每 0.4 公尺切成一段，可以切成多少段？</p>	15 分	小數 除法 PPT 、小 白 板、 白 板 筆、 白 板 擦	能寫出除法 算式以解決 小數的除法 問題
	<p>4.教師呈現布題 7~9，請學生於小白板上作答以做檢核。(若學生還不瞭解，則逐題透過提問與畫圖表徵方式，教導學生列出正確的除法算式)</p> <p>布題 7：有一捆長 42.75 公尺的彩帶，每 2.25 公尺可以做一個彩球，這捆彩帶可以做多少個彩球？</p> <p>布題 8：有 123.12 公斤的砂糖，每 3.8 公斤裝成一包，可以裝成多少包？</p> <p>布題 9：現在有 96.2 公尺長的緞帶，每 1.48 公尺剪成一段，可以剪成多少段？</p>			能寫出除法 算式以解決 小數的除法 問題

(續下頁)

(接上頁)

節次 (能力指 標)	教學內容	時間	教學 資源	評量標準
6-n-04	(三)綜合活動 1.教師發給學生小數除法文字題作業單 1，進行形成性評量。 2.教師說明本節教學重點，並給予學生回饋與獎勵。 § 第一節 結束 §	7 分	作業 單 1(附 件二)	能寫出除法算式以解決小數的除法問題

節次 (能力指 標)	教學內容	時間	教學 資源	評量標準
6-n-04	(一)準備活動 【引起動機】複習垂替改變 2 1.教師以簡報 PPT 呈現垂替改變 2 之布題，詢問學生算式，並複習上節課之教學重點。	5 分	小數 除法 PPT	能說出除法算式以解決小數的除法問題
6-n-04	(二)發展活動 【活動三】小數除法－垂替改變 3 1.教師呈現布題 10，以提問方式，確認學生對題意的理解情形，教導學生列出正確的除法算式。 布題 10：老闆將白米每 1.6 公斤裝成一袋，請問 8 公斤的白米可以裝成多少袋？ 2.教師呈現布題 11，透過提問與畫圖表徵方式，教導學生列出正確的除法算式。 布題 11：把糖每 0.16 公斤裝成一包，2 公斤的糖可以裝成多少包？ 3.教師呈現布題 12，透過提問與畫圖表徵方式，教導學生列出正確的除法算式。 布題 12：一公斤是 2.2 磅，小民的體重是 112.2 磅，是多少公斤？	12 分	小數 除法 PPT 、小 白 板、 白 板 筆、 白 板 擦	
	4.教師呈現布題 13~15，請學生於小白板上作答以做檢核。(若學生還不瞭解，則逐題透過提問與畫圖表徵方式，教導學生列出正確的除法算式) 布題 13：一本書厚 3.62 公分，想要疊出 65.16 公分的高度，要多少本相同厚度的書？			能寫出除法算式以解決小數的除法問題

(續下頁)

(接上頁)

節次 (能力指 標)	教學內容	時間	教學 資源	評量標準
6-n-04	<p>布題 14: 阿姨做一件背心, 要用去 2.8 公尺的布, 174.72 公尺長的布可以做多少件背心?</p> <p>布題 15: 每個容器可以裝 3.47 公升的汽水, 69.4 公升的汽水可以裝滿幾個容器?</p> <p>5.同時呈現垂替 2 和垂替 3 之題型, 請學生比較其不同, 教師應引導其發現: 被除數與除數的出現順序不同, 因此在應用問題中並非先出現的數字就先寫上, 需理解題意後再列出算式。</p>			
6-n-04	<p>【活動四】小數除法－垂替改變 4</p> <p>1.教師呈現布題 16, 以提問方式, 確認學生對題意的理解情形, 教導學生列出正確的除法算式。 布題 16: 一個水桶的容量是 2 公升, 一個杯子的容量是 0.4 公升, 水桶的容量是杯子的幾倍?</p> <p>2.教師呈現布題 17, 透過提問與畫圖表徵方式, 教導學生列出正確的除法算式。 布題 17: 綠色緞帶長 14 公尺, 紅色緞帶長 8.75 公尺, 綠色緞帶的長度是紅色緞帶的多少倍?</p> <p>3.教師呈現布題 18, 透過提問與畫圖表徵方式, 教導學生列出正確的除法算式。 布題 18: 一包白米的重量是 4.8 公斤, 一包小米的重量是 0.8 公斤, 這包白米的重量是小米重量的幾倍?</p>	18 分	小數 除法 PPT 、小 白板 、白 板 筆、 白板 擦	
	<p>4.教師呈現布題 19~21, 請學生於小白板上作答以做檢核。(若學生還不瞭解, 則逐題透過提問與畫圖表徵方式, 教導學生列出正確的除法算式)</p> <p>布題 19: 有紅糖 5.32 公斤和白糖 0.56 公斤, 紅糖是白糖的幾倍?</p> <p>布題 20: 有大、小兩種包裝的白米。大包裝重 4.25 公斤, 小包裝重 2.5 公斤, 大包裝的白米重量是小包裝的多少倍?</p> <p>布題 21: 紅色繩子長 3.8 公尺, 藍色繩子長 4.75 公尺, 紅色繩子的長度是藍色繩子的多少倍?</p>			能寫出除法算式以解決小數的除法問題

(續下頁)

(接上頁)

節次 (能力指 標)	教學內容	時間	教學 資源	評量標準
6-n-04	(三)綜合活動 1.教師發給學生小數除法文字題作業單 2, 進行形成性評量。 2.教師說明本節教學重點, 並給予學生回饋與獎勵。 § 第二節 結束 §	5 分	作業 單 2(附 件三)	能說出除法算式以解決小數的除法問題

節次 (能力指 標)	教學內容	時間	教學 資源	評量標準
6-n-04	(一)準備活動 【引起動機】複習垂替改變 4 1.教師以簡報 PPT 呈現垂替改變 4 之布題, 詢問學生算式並複習上節課之教學重點。	6 分	小數 除法 PPT	能說出除法算式以解決小數的除法問題
6-n-04	(二)發展活動 【活動五】小數除法－垂替改變 5 1.教師呈現布題 22, 以提問方式, 確認學生對題意的理解情形, 教導學生列出正確的除法算式。 布題 22: 一個杯子的容量是 0.4 公升, 一個水桶的容量是 2 公升, 水桶的容量是杯子的幾倍? 2.教師呈現布題 23, 透過提問與畫圖表徵方式, 教導學生列出正確的除法算式。 布題 23: 紅色緞帶長 8.75 公尺, 綠色緞帶長 14 公尺, 綠色緞帶的長度是紅色緞帶的多少倍? 3.教師呈現布題 24, 透過提問與畫圖表徵方式, 教導學生列出正確的除法算式。 布題 24: 一包小米的重量是 4.6 公斤, 一包白米的重量是 11.5 公斤, 這包白米的重量是小米重量的幾倍?	18 分	小數 除法 PPT 、小 白 板、 白 板 筆、 白 板 擦	
	4.教師呈現布題 25~27, 請學生於小白板上作答以做檢核。(若學生還不瞭解, 則逐題透過提問與畫圖表徵方式, 教導學生列出正確的除法算式) 布題 25: 有紅糖 1.25 公斤和白糖 11.25 公斤, 白糖是紅糖的幾倍?			能寫出除法算式以解決小數的除法問題

(續下頁)

(接上頁)

節次 (能力指 標)	教學內容	時間	教學 資源	評量標準
6-n-04	布題 26：紅色繩子長 3.8 公尺，藍色繩子長 4.75 公尺，藍色繩子的長度是紅色繩子的多少倍？ 布題 27：有大、小兩種包裝的白米。大包裝重 16.25 公斤，小包裝重 7.8 公斤，小包裝的白米重量是大包裝的多少倍？ 5.同時呈現垂替 4 和垂替 5 之題型，請學生比較其不同，教師應引導其發現：被除數與除數的出現順序不同，因此在應用問題中並非先出現的數字就先寫上，需理解題意後再列出算式。			
6-n-04	(三)綜合活動 1.教師發給學生小數除法文字題作業單 3，進行形成性評量。	16 分	作業 單 3(附 件四)	能寫出除法算式以解決小數的除法問題
	2.教師以簡報 PPT 呈現本單元教導過的布題，請學生輪流回答算式。 3.教師說明此單元之教學重點，並給予學生回饋與獎勵。		小數 除法 PPT	能說出除法算式以解決小數的除法問題

四、老師教學和學生表現

【活動一】小數除法－垂替改變 1

1.教學時先呈現個位數整數除法的情境問題，以引導學生解題並複習除法意義及算式，學生一看到整數除法問題時便覺得題目很簡單，因此學習動機很強，解題反應迅速，也樂於挑戰，大多能說出正確的除法算式，答題錯誤原因為計算出錯。

2.評量結果：

學生代號	A (♀)	B (♂)	C (♂)
障礙類別	學習障礙	學習障礙	肢體障礙中度
答對題數 /全部題數	13/18	15/18	13/18
答對正確率 (%)	72%	83%	72%

3.作答情形：

2. 有 3 公升的紅茶，要平分裝在杯子裡。

(1) 如果每 1 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？
 (2) 如果每 3 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？
 (3) 如果每 0.1 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？
 (4) 如果每 0.2 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？
 (5) 如果每 0.3 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？
 (6) 如果每 0.6 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？

Handwritten notes: 30, 15, 10, 5

說明：列式正確，但計算因為商數未補 0 而出錯。

3. 有 12 公升的紅茶，要平分裝在杯子裡。

(1) 如果每 1 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？
 (2) 如果每 4 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？
 (3) 如果每 0.1 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？
 (4) 如果每 0.4 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？
 (5) 如果每 1.2 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？
 (6) 如果每 1.5 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？

Handwritten notes: 12, 3, 120, 30, 10, 8

說明：列式正確，但計算時因為小數點位置出錯。

【活動二】小數除法－垂替改變 2

1. 教學時先呈現布題，請一位學生讀題，老師以提問的方式來確認每位學生對題意的理解情形，例如：「這一題的問題是什麼？是什麼東西要被分裝？單位有什麼不同？」再引導學生列出正確的除法算式。
2. 每一題均透過這樣的程序引導學生解題，學生一開始回答會出錯或是不知道從哪裡找提示，在經過三題的練習後，則比較知道要如何尋找與問題相關的資訊。
3. 教學時將簡報搭配電子白板呈現布題，讓學生可直接上台來寫出算式，其他學生則使用小白板在台下練習，讓每位學生都能練習，而學生的上課反應也十分良好。

【活動三】小數除法－垂替改變 3

1. 在教學時一開始時先複習垂替改變 2 的題型，因此在出現垂替改變 3 的題目時，學生對於被除數的位置變化有明顯的反應，因此在進行題目比較時更能夠瞭解此兩種題型之差異，也因此破除了學生會把先出現的數字就先寫在算式前面的迷思概念。
2. 評量結果：

學生代號	A (♀)	B (♂)	C (♂)
障礙類別	學習障礙	學習障礙	肢體障礙中度
答對題數 / 全部題數	11/12	11/12	11/12
答對正確率 (%)	92%	92%	92%

3.作答情形：

※請列出正確的算式：

<p>(1) 有 36 公斤的花生，每 1.8 公斤裝成一包，可以裝成多少包？</p> <p>算式：$36 \div 1.8$</p>	<p>(2) 把 21 公升的果汁，每公升裝成一杯，可以裝成多少杯？</p> <p>算式：$21 \div 1.8$</p>
--	---

說明：學生列式錯誤，被除數與除數位置相反。

※請列出正確的算式：

<p>(1) 有 36 公斤的花生，每 1.8 公斤裝成一包，可以裝成多少包？</p> <p>算式：$36 \div 1.8$</p>	<p>(2) 把 21 公升的果汁，每公升裝成一杯，可以裝成多少杯？</p> <p>算式：$21 \div 1.8$</p>
--	---

說明：學生把被除數數字抄錯。

【活動四】小數除法－垂替改變 4

- 1.教學時會先呈現布題，請一位學生讀題，老師以提問的方式來確認每位學生對題意的理解情形，例如：「這一題的問題是什麼？是問誰的幾倍？」並利用畫圖表徵方式讓學生瞭解題意，再引導學生列出正確的除法算式。
- 2.關於幾倍問題的題型，學生不太能夠理解，因此需要加入畫圖表徵來協助學生瞭解題意，學生透過逐題引導練習後才逐漸理解題意，懂得解題方式。

【活動五】小數除法－垂替改變 5

- 1.在教學時一開始時先複習垂替改變 4 的題型，因此在出現垂替改變 5 的題目時，學生對於題目變化有明顯的反應，因此在進行題目比較時更能夠瞭解此兩種題型之差異，而破除了學生會把先出現的數字先寫在算式前面的迷思概念，學生也比較會仔細閱讀問題，知道題目在問什麼。
- 2.評量結果：

學生代號	A (♀)		B (♂)		C (♂)	
障礙類別	學習障礙		學習障礙		肢體障礙中度	
答對題數 / 全部題數	11/12	92%	10/12	83%	11/12	92%
答對正確率 (%)						

3. 答題情形：

<p>(5) 有大、小兩種包裝的白米。大包裝重 4.25 公斤，小包裝重 2.5 公斤，大包裝的白米重量是小包裝的多少倍？</p> <p>算式：$4.25 \div 2.5$</p>	<p>(6) 紅色繩子長 3.8 公尺，繩子長 4.75 公尺，紅色繩長度是藍色繩子的多少倍？</p> <p>算式：$4.75 \div 3.8$</p> <p>訂正：$3.8 \div 4.75$</p>	<p>(5) 有大、小兩種包裝的白米。大包裝重 4.25 公斤，小包裝重 2.5 公斤，大包裝的白米重量是小包裝的多少倍？</p> <p>算式：$4.25 + 2.5$</p>	<p>(6) 紅色繩子長 3.8 公尺，繩子長 4.75 公尺，紅色繩長度是藍色繩子的多少倍？</p> <p>算式：$4.75 + 3.8$</p> <p>訂正：$3.8 \div 4.75$</p>
<p>說明：學生列式錯誤，被除數與除數位置相反。</p>		<p>說明：學生列式錯誤，被除數與除數位置相反。</p>	
<p>(7) 一個杯子的容量是 0.4 公升，一個水桶的容量是 2 公升，水桶的容量是杯子的幾倍？</p> <p>算式：$2 \div 0.4$</p>	<p>(8) 紅色緞帶長 8.75 公尺，綠色緞帶長 14 公尺，綠色長度是紅色緞帶的多少倍？</p> <p>算式：$8.75 \div 14$</p> <p>訂正：$14 \div 8.75$</p>	<p>(11) 紅色繩子長 3.8 公尺，藍色繩子長 4.75 公尺，藍色繩子的長度是紅色繩子的多少倍？</p> <p>算式：$3.8 \div 4.75 =$</p> <p>訂正：$4.75 \div 3.8 =$</p>	<p>(12) 有大、小兩種包裝的白米，大包裝重 3.95 公斤，小包裝重 2.5 公斤，小包裝的白米是大包裝的多少倍？</p> <p>算式：$2.5 \div 3.95$</p>
<p>說明：學生列式錯誤，被除數與除數位置相反。</p>		<p>說明：學生列式錯誤，被除數與除數位置相反。</p>	

【前測與後測】

1. 評量結果：

學生代號		A (♀)		B (♂)		C (♂)	
障礙類別		學習障礙		學習障礙		肢體障礙中度	
前測	答對題數/全部題數	答對正確率 (%)	2/6 33%	3/6 50%	4/6 67%		
後測	答對題數/全部題數	答對正確率 (%)	4/6 67%	6/6 100%	5/6 83%		

從前測與後測的評量結果之比較分析，三位接受替換式數學教學的學生均有明顯的進步，尤其是 B 學生的作答更能達到 100% 正確率，對此三位學生而言，替換式數學教學對其學習小數除法單元確有成效。

2.作答情形：

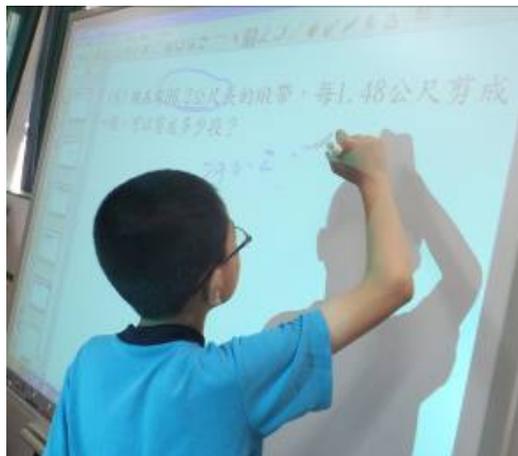
前測

<p>1. 有 123.12 公斤的砂糖，每 3.8 公斤裝成一包，可以裝成多少包？</p> $123.12 \div 3.8 = 32.4$	<p>4. 綠色緞帶長 14 公尺，紅色緞帶長 8.75 公尺，綠色緞帶的長度是紅色緞帶的多少倍？</p> $14 \div 8.75 = 1.6$	<p>2. 一公斤是 2.2 磅，小民的體重是 112.2 磅，是多少公斤？</p> $112.2 \div 2.2 = 51$	<p>5. 一個杯子的容量是 0.4 公升，一個水桶的容量是 2 公升，水桶的容量是杯子的幾倍？</p> $2 \div 0.4 = 5$
<p>2. 一公斤是 2.2 磅，小民的體重是 112.2 磅，是多少公斤？</p> $112.2 \div 2.2 = 51$	<p>5. 一個杯子的容量是 0.4 公升，一個水桶的容量是 2 公升，水桶的容量是杯子的幾倍？</p> $2 \div 0.4 = 5$	<p>3. 每個容器可以裝 3.47 公升的汽水，69.4 公升的汽水可以裝滿幾個容器？</p> $69.4 \div 3.47 = 20$	<p>6. 有紅糖 1.25 公斤和白糖 11.25 公斤，白糖是紅糖的幾倍？</p> $11.25 \div 1.25 = 9$

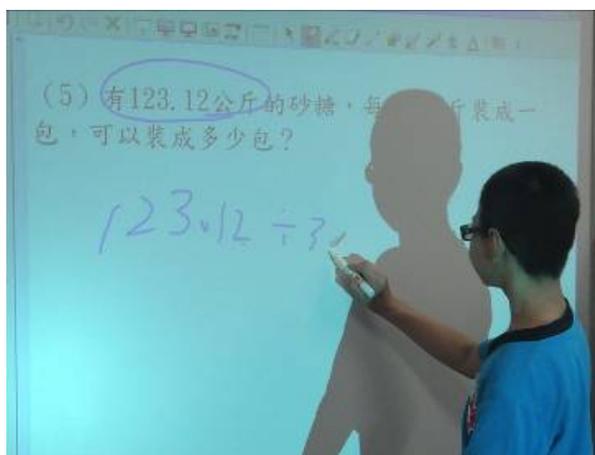
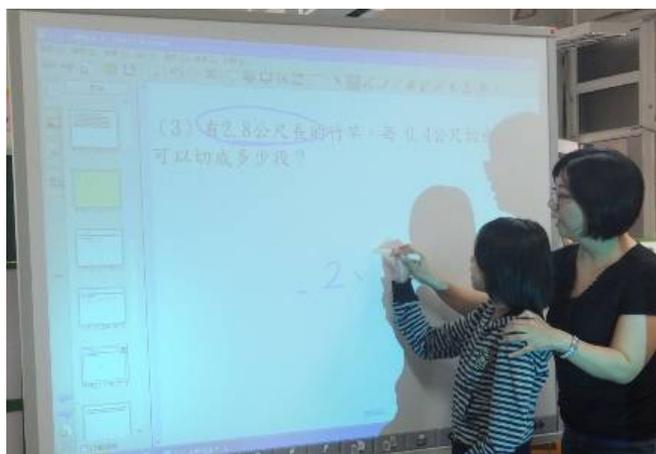
後測

<p>(1) 每個容器可以裝 3.47 公升的汽水，69.4 公升的汽水可以裝滿幾個容器？</p> $69.4 \div 3.47 = 20$	<p>(4) 一個杯子的容量是 0.4 公升，一個水桶的容量是 2 公升，水桶的容量是杯子的幾倍？</p> $2 \div 0.4 = 5$	<p>(6) 綠色緞帶長 14 公尺，紅色緞帶長 8.75 公尺，綠色緞帶的長度是紅色緞帶的多少倍？</p> $14 \div 8.75 = 1.6$
---	--	---

【教學實況】



說明：教學時將簡報搭配電子白板呈現布題，讓學生個別到台上演練。



說明：教學時將簡報搭配電子白板呈現布題，讓學生個別到台上演練。

五、教學省思

教學前進行替換式數學教學設計結構表之設計，花費了一番時間在思考概念呈現的順序與內容，而在完成教學設計結構表後，對於教學目標與流程的掌握也有更具體明確的依據，而在教學時看到學生的學習反應時，更可以感受到教學的喜悅與成效，因為透過水平替換與垂直替換之漸進式概念改變的教學，學生確實能瞭解與掌握老師希望他們所習得的概念或教學目標。從前測與後測的評量結果之比較分析中，可以清楚知道三位接受替換式數學教學的學生均有明顯的進步，所以對於此三位學生而言，替換式數學教學在學習小數除法單元確實是有成效。

附件說明：

附件一：替換式數學教學設計結構表－六上小數除法文字題

附件二：替換式數學教材作業單－六上小數除法文字題 1

附件三：替換式數學教材作業單－六上小數除法文字題 2

附件四：替換式數學教材作業單－六上小數除法文字題 3

附件五：替換式數學教材作業單－六上小數除法文字題－前測

附件六：替換式數學教材作業單－六上小數除法文字題－後測

【替換式數學-教學設計結構表】

設計者：黃美潔

題目/主題：小數除法（六上康軒）

能力指標：6-n-04 能用直式處理除數為小數的計算，並解決生活中的問題

教學重點或方式：1.能解決整數除以小數（沒有餘數）的問題 2.能解決小數除以小數（沒有餘數）的問題

原題目：紅色繩子長 3.8 公尺，藍色繩子長 4.75 公尺，紅色繩子的長度是藍色繩子的多少倍？

<p>垂替改變 1： 以整數除法問題連結至小數除法</p>	<p>1. 有 2 公升的水，要分裝在杯子。 (1) 如果每杯裝 1 公升，可以裝成多少杯？ (2) 如果每杯裝 2 公升，可以裝成多少杯？ (3) 如果每杯裝 0.1 公升，可以裝成多少杯？ (4) 如果每杯裝 0.2 公升，可以裝成多少杯？ (5) 如果每杯裝 0.4 公升，可以裝成多少杯？ (6) 如果每杯裝 0.5 公升，可以裝成多少杯？</p>	<p>2. 有 3 公升的紅茶，要平分裝在杯子裡。 (1) 如果每 1 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？ (2) 如果每 3 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？ (3) 如果每 0.1 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？ (4) 如果每 0.2 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？ (5) 如果每 0.3 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？ (6) 如果每 0.6 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？</p>	<p>3. 有 12 公升的紅茶，要平分裝在杯子裡。 (1) 如果每 1 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？ (2) 如果每 4 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？ (3) 如果每 0.1 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？ (4) 如果每 0.4 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？ (5) 如果每 1.2 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？ (6) 如果每 1.5 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？</p>
-----------------------------------	--	---	--

垂直改 變 2： 等組分 配（包含 除）問題	整數除以一位小數 1. 有 36 公斤的花生，每 1.8 公斤裝成一包，可以裝成多少包？ 請列式：	整數除以二位小數 2. 把 21 公升的果汁，每 0.25 公升裝成一杯，可以裝成多少杯？ 請列式：	一位小數除以一位小數 3. 有 2.8 公尺長的竹竿，每 0.4 公尺切成一段，可以切成多少段？ 請列式：	二位小數除以二位小數 4. 有一捆長 42.75 公尺的彩帶，每 2.25 公尺可以做一個彩球，這捆彩帶可以做多少個彩球？ 請列式：	二位小數除以一位小數 5. 有 123.12 公斤的砂糖，每 3.8 公斤裝成一包，可以裝成多少包？ 請列式：	一位小數除以二位小數 6. 現在有 96.2 公尺長的緞帶，每 1.48 公尺剪成一段，可以剪成多少段？ 請列式：
垂直改 變 3： 被除數 於題目 出現順 序不同	1. 老闆將白米每 1.6 公斤裝成一袋，請問 8 公斤的白米可以裝成多少袋？ 請列式：	2. 把糖每 0.16 公斤裝成一包，2 公斤的糖可以裝成多少包？ 請列式：	3. 一公斤是 2.2 磅，小民的體重是 112.2 磅，是多少公斤？ 請列式：	4. 一本書厚 3.62 公分，想要疊出 65.16 公分的高度，要多少本相同厚度的書？ 請列式：	5. 阿姨做一件背心，要用去 2.8 公尺的布，174.72 公尺長的布可以做多少件背心？ 請列式：	6. 每個容器可以裝 3.47 公升的汽水，69.4 公升的汽水可以裝滿幾個容器？ 請列式：
垂直改 變 4： 幾倍問 題	1. 一個水桶的容量是 2 公升，一個杯子的容量是 0.4 公升，水桶的容量是杯子的幾倍？ 請列式：	2. 綠色緞帶長 14 公尺，紅色緞帶長 8.75 公尺，綠色緞帶的長度是紅色緞帶的多少倍？ 請列式：	3. 一包白米的重量是 4.8 公斤，一包小米的重量是 0.8 公斤，這包白米的重量是小米重量的幾倍？ 請列式：	4. 有紅糖 5.32 公斤和白糖 0.56 公斤，紅糖是白糖的幾倍？ 請列式：	5. 有大、小兩種包裝的白米。大包裝重 4.25 公斤，小包裝重 2.5 公斤，大包裝的白米重量是小包裝的多少倍？ 請列式：	6. 紅色繩子長 3.8 公尺，藍色繩子長 4.75 公尺，紅色繩子的長度是藍色繩子的多少倍？ 請列式：
垂直改 變 5： 被除數 於題目 出現順 序不同	1. 一個杯子的容量是 0.4 公升，一個水桶的容量是 2 公升，水桶的容量是杯子的幾倍？ 請列式：	2. 紅色緞帶長 8.75 公尺，綠色緞帶長 14 公尺，綠色緞帶的長度是紅色緞帶的多少倍？ 請列式：	3. 一包小米的重量是 4.6 公斤，一包白米的重量是 11.5 公斤，這包白米的重量是小米重量的幾倍？ 請列式：	4. 有紅糖 1.25 公斤和白糖 11.25 公斤，白糖是紅糖的幾倍？ 請列式：	5. 紅色繩子長 3.8 公尺，藍色繩子長 4.75 公尺，藍色繩子的長度是紅色繩子的多少倍？ 請列式：	6. 有大、小兩種包裝的白米。大包裝重 16.25 公斤，小包裝重 7.8 公斤，小包裝的白米重量是大包裝的多少倍？ 請列式：

註：橫向題目為水平替換設計(概念相同題目)。縱向題目為垂直替換設計(新增概念題目)。

臺南市東區崇學國小資源班數學科作業單

能力指標：6-n-04 能用直式處理除數為小數的計算，並解決生活中的問題（六上康軒）

教學重點：1. 能解決整數除以小數（沒有餘數）的問題 日期： 月 日

2. 能解決小數除以小數（沒有餘數）的問題 姓名：

※請把做法和答案寫下來：

1.有 2 公升的水，要分裝在杯子。

- (1) 如果每杯裝 1 公升，可以裝成多少杯？
- (2) 如果每杯裝 2 公升，可以裝成多少杯？
- (3) 如果每杯裝 0.1 公升，可以裝成多少杯？
- (4) 如果每杯裝 0.2 公升，可以裝成多少杯？
- (5) 如果每杯裝 0.4 公升，可以裝成多少杯？
- (6) 如果每杯裝 0.5 公升，可以裝成多少杯？

2.有 3 公升的紅茶，要平分裝在杯子裡。

- (1) 如果每 1 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？
- (2) 如果每 3 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？
- (3) 如果每 0.1 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？
- (4) 如果每 0.2 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？
- (5) 如果每 0.3 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？
- (6) 如果每 0.6 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？

3.有 12 公升的果汁，要平分裝在杯子裡。

- (1) 如果每 1 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？
- (2) 如果每 4 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？
- (3) 如果每 0.1 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？
- (4) 如果每 0.4 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？
- (5) 如果每 1.2 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？
- (6) 如果每 1.5 公升裝成 1 杯，可以裝成多少杯？

臺南市東區崇學國小資源班數學科作業單

能力指標：6-n-04 能用直式處理除數為小數的計算，並解決生活中的問題（六上康軒）

教學重點：1. 能解決整數除以小數（沒有餘數）的問題 日期： 月 日

2. 能解決小數除以小數（沒有餘數）的問題 姓名：

※請列出正確的算式：

<p>(1) 有 36 公斤的花生，每 1.8 公斤裝成一包，可以裝成多少包？</p> <p>算式：_____</p>	<p>(2) 把 21 公升的果汁，每 0.25 公升裝成一杯，可以裝成多少杯？</p> <p>算式：_____</p>	<p>(3) 有 2.8 公尺長的竹竿，每 0.4 公尺切成一段，可以切成多少段？</p> <p>算式：_____</p>
<p>(4) 有一捆長 42.75 公尺的彩帶，每 2.25 公尺可以做一個彩球，這捆彩帶可以做多少個彩球？</p> <p>算式：_____</p>	<p>(5) 有 123.12 公斤的砂糖，每 3.8 公斤裝成一包，可以裝成多少包？</p> <p>算式：_____</p>	<p>(6) 現在有 96.2 公尺長的緞帶，每 1.48 公尺剪成一段，可以剪成多少段？</p> <p>算式：_____</p>
<p>(7) 老闆將白米每 1.6 公斤裝成一袋，請問 8 公斤的白米可以裝成多少袋？</p> <p>算式：_____</p>	<p>(8) 把糖每 0.16 公斤裝成一包，2 公斤的糖可以裝成多少包？</p> <p>算式：_____</p>	<p>(9) 一公斤是 2.2 磅，<u>小民</u>的體重是 112.2 磅，是多少公斤？</p> <p>算式：_____</p>
<p>(10) 一本書厚 3.62 公分，想要疊出 65.16 公分的高度，要多少本相同厚度的書？</p> <p>算式：_____</p>	<p>(11) 阿姨做一件背心，要用去 2.8 公尺的布，174.72 公尺長的布可以做多少件背心？</p> <p>算式：_____</p>	<p>(12) 每個容器可以裝 3.47 公升的汽水，69.4 公升的汽水可以裝滿幾個容器？</p> <p>算式：_____</p>

臺南市東區崇學國小資源班數學科作業單

能力指標：6-n-04 能用直式處理除數為小數的計算，並解決生活中的問題（六上康軒）

教學重點：1. 能解決整數除以小數（沒有餘數）的問題 日期： 月 日

2. 能解決小數除以小數（沒有餘數）的問題 姓名：

※請列出正確的算式：

<p>(1) 一個水桶的容量是 2 公升，一個杯子的容量是 0.4 公升，水桶的容量是杯子的幾倍？</p> <p>算式：_____</p>	<p>(2) 綠色緞帶長 14 公尺，紅色緞帶長 8.75 公尺，綠色緞帶的長度是紅色緞帶的多少倍？</p> <p>算式：_____</p>	<p>(3) 一包白米的重量是 4.8 公斤，一包小米的重量是 0.8 公斤，這包白米的重量是小米重量的幾倍？</p> <p>算式：_____</p>
<p>(4) 有紅糖 5.32 公斤和白糖 0.56 公斤，紅糖是白糖的幾倍？</p> <p>算式：_____</p>	<p>(5) 有大、小兩種包裝的白米。大包裝重 4.25 公斤，小包裝重 2.5 公斤，大包裝的白米重量是小包裝的多少倍？</p> <p>算式：_____</p>	<p>(6) 紅色繩子長 3.8 公尺，藍色繩子長 4.75 公尺，紅色繩子的長度是藍色繩子的多少倍？</p> <p>算式：_____</p>
<p>(7) 一個杯子的容量是 0.4 公升，一個水桶的容量是 2 公升，水桶的容量是杯子的幾倍？</p> <p>算式：_____</p>	<p>(8) 紅色緞帶長 8.75 公尺，綠色緞帶長 14 公尺，綠色緞帶的長度是紅色緞帶的多少倍？</p> <p>算式：_____</p>	<p>(9) 一包小米的重量是 4.6 公斤，一包白米的重量是 11.5 公斤，這包白米的重量是小米重量的幾倍？</p> <p>算式：_____</p>
<p>(10) 有紅糖 1.25 公斤和白糖 11.25 公斤，白糖是紅糖的幾倍？</p> <p>算式：_____</p>	<p>(11) 紅色繩子長 3.8 公尺，藍色繩子長 4.75 公尺，藍色繩子的長度是紅色繩子的多少倍？</p> <p>算式：_____</p>	<p>(12) 有大、小兩種包裝的白米。大包裝重 16.25 公斤，小包裝重 7.8 公斤，小包裝的白米重量是大包裝的多少倍？</p> <p>算式：_____</p>

附件五

臺南市東區崇學國小資源班數學科作業單

能力指標：6-n-04 能用直式處理除數為小數的計算，並解決生活中的問題（六上康軒）

教學重點：1. 能解決整數除以小數（沒有餘數）的問題 日期： 月 日

2. 能解決小數除以小數（沒有餘數）的問題 姓名：

※請把做法和答案寫下來：

<p>(1) 有 123.12 公斤的砂糖，每 3.8 公斤裝成一包，可以裝成多少包？</p>	<p>(4) 綠色緞帶長 14 公尺，紅色緞帶長 8.75 公尺，綠色緞帶的長度是紅色緞帶的多少倍？</p>
<p>(2) 一公斤是 2.2 磅，小民的體重是 112.2 磅，是多少公斤？</p>	<p>(5) 一個杯子的容量是 0.4 公升，一個水桶的容量是 2 公升，水桶的容量是杯子的幾倍？</p>
<p>(3) 每個容器可以裝 3.47 公升的汽水，69.4 公升的汽水可以裝滿幾個容器？</p>	<p>(6) 有紅糖 1.25 公斤和白糖 11.25 公斤，白糖是紅糖的幾倍？</p>

臺南市東區崇學國小資源班數學科作業單 (後測)

能力指標：6-n-04 能用直式處理除數為小數的計算，並解決生活中的問題（六上康軒）

教學重點：1. 能解決整數除以小數（沒有餘數）的問題 日期： 月 日

2. 能解決小數除以小數（沒有餘數）的問題 姓名：

※請把做法和答案寫下來：

(1) 每個容器可以裝 3.47 公升的汽水，69.4 公升的汽水可以裝滿幾個容器？	(4) 一個杯子的容量是 0.4 公升，一個水桶的容量是 2 公升，水桶的容量是杯子的幾倍？
(2) 有 123.12 公斤的砂糖，每 3.8 公斤裝成一包，可以裝成多少包？	(5) 有紅糖 1.25 公斤和白糖 11.25 公斤，白糖是紅糖的幾倍？
(3) 一公斤是 2.2 磅，小民的體重是 112.2 磅，是多少公斤？	(6) 綠色緞帶長 14 公尺，紅色緞帶長 8.75 公尺，綠色緞帶的長度是紅色緞帶的多少倍？

第五章

替換式數學在國小數學 困難學生學習乘除混合 三步驟之應用

邱瀟瑩

一、教學單元目標

- 1.能利用整數四則運算的併式約定，並用來列式求答。
- 2.能解決生活情境中的多步驟整數四則問題。
- 3.能熟練整數四則混合計算。

二、教學說明

(一) 教材設計

1. 垂替 1—乘法的應用：

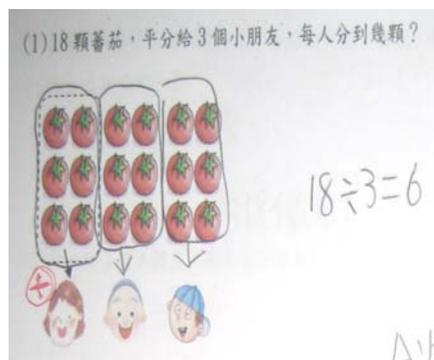
透過「圖示表徵」來解說常見的乘法應用之文字題型，要求學生在唸過題目後，再經由圖示來說明題意，並標示題意上數字於圖示，除可知道學生對題意的了解程度，並可讓學生清楚知道關於「多個相同的東西之總和」，可應用「乘法」來解決問題。

2. 垂替 2－除法的應用：

常見的除法應用問題透過「圖示表徵」來解說，要求學生在唸過題目後，再經由圖示來說明題意，進而歸納出除法的概念在於「分」的動作，而分的動作在圖示表徵上以「箭頭↓」來表示，藉此幫助學生利用畫圖來理解題意後，建立箭頭「↓」與除號「÷」連結。



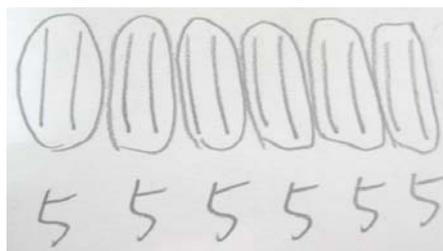
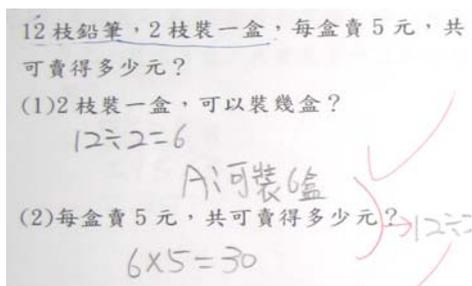
乘法應用的概念：「多個相同的東西之總和」



除法應用的概念：「分」

3. 垂替 3－分開的解題步驟：

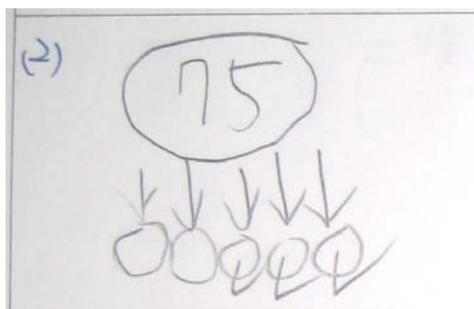
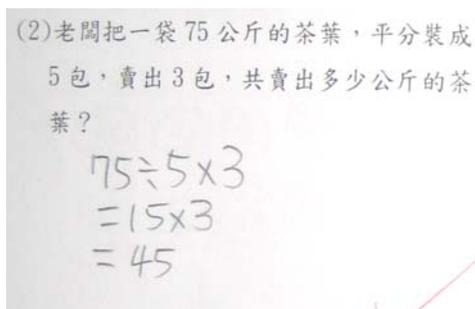
垂替 3 之題型為「乘、除混合之二步驟問題」，但再細分題目為兩個小子題，先減少题目的複雜性，以讓學生理解問題可分為兩階段，且题目中所設定的乘、除計算皆在九九乘法表範圍內，並指導學生能夠自行依題意畫圖來進行解題。



題目再細分為兩個小子題，並指導學生能夠自行依題意畫圖來進行解題

4. 垂替 4—併式及數字變大：

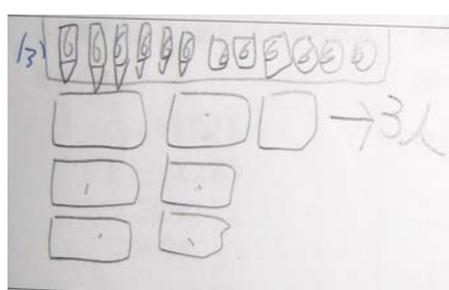
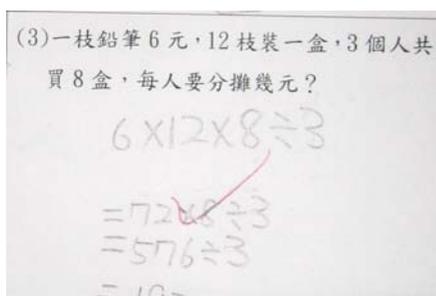
垂替 4 之題型仍為「乘、除混合之二步驟問題」，學生要能自行依題意畫圖並說明題意，進而理解題目為二步驟問題，列出併式並解決問題。此階段題目多為「垂替 3」的類似題型，故題目的數值設定上較「垂替 3」大。



學生要能自行依題意畫圖並說明題意，列出併式並解決問題

5. 垂替 5—三步驟問題：

垂替 5 之題型為「乘、除混合之三步驟問題」，此為該年段必學之題型，學生要能依前四個階段中所建立的解題技巧，類化並應用到此階段。



依「垂替 1」到「垂替 4」中所建立的解題技巧，類化並應用到「垂替 5」

(二) 教學流程

1. 教學活動一：

本節教學以「垂替 1」到「垂替 3」為主要教學內容，首先複習乘、除法的應用之相關題型，再進入乘、除混合二步驟問題，指導學生依照題目所細分出的子題來進行解題。在跨越到下一階段的學習前，先利用已完成

的「垂替 3」學習單上的列式，說明並練習如何併式。

2. 教學活動二：

本節教學以「垂替 4」為主要教學內容，首先指導學生在唸完題目後，依題意畫圖，並說明題意以檢示學生是否真正了解題意；再來，學生能依圖畫之提示列出併式進行解題；最後，完成「垂替 4」－乘、除混合二步驟問題(先乘後除、先除後乘)的學習單後，進行「乘、除二步驟問題」(連乘、連除、先乘後除、先除後乘)測驗，以確保學生真正理解乘、除法的應用之概念。

3. 教學活動三：

本節教學以「垂替 5」為主要教學內容，步驟同「垂替 4」之教學，同樣地，在完成「垂替 5」－乘、除混合三步驟問題的學習單後，亦進行「乘、除三步驟問題」(連乘、連除、乘除混合)測驗，來確定學生已完成理解乘、除法的應用之概念。

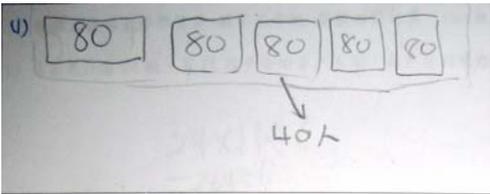
三、教學設計

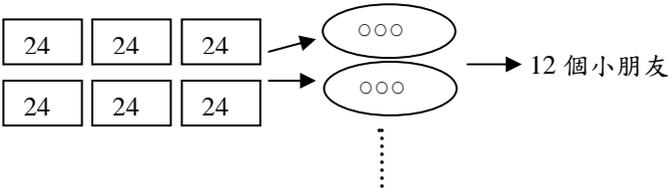
替換式數學在國小數學困難學生學習乘除混合三步驟之應用			
單元名稱	整數的四則計算	學習領域	數學領域
教學年級	五年級	教材版本	康軒版第九冊第四單元
教學對象	數學低成就學生一名	教學日期	102.11.18-22 午休
設計者/教學者	邱灝瑩	教學時間	共 120 分鐘
能力指標	5-n-02 能在具體情境中，解決三步驟問題，並能併式計算。		
教學目標	1.能應用乘法概念進行乘法問題解題。 2.能應用除法概念進行乘法問題解題。 3.能依題意列出多步驟問題之併式求答。 4.能熟練乘、除計算。		

教學流程	教學內容	教學時間
教學活動一	<p>1. 乘法的應用</p> <p>【題目 1】：一盒有 3 個布丁，2 盒有多少個布丁？ 請學生覆述一次題目。</p> <p>(1) 搭配圖示，詢問學生一盒有幾個布丁？ 3 個 (2) 並要求學生把 3 標示在一盒布丁圖上。 (3) 搭配圖示，詢問學生另一盒也是幾個布丁？ 3 個 並要求學生也把 3 標示在另一盒布丁圖上。 (4) 搭配圖示，詢問學生這時你看到幾個 3 呢？ 2 個 (5) 詢問學生 2 個 3 合起來是多少？要求學生使用乘法列式求答。</p> <p>【題目 2~5】 進行練習，從部分提示到無提示 歸納：乘法應用的概念：「多個相同的東西之總和」</p>	7 分鐘
	<p>2. 除法的應用</p> <p>【題目 1】 18 顆蕃茄，平分給 3 個小朋友，每人分到幾顆？</p> <p>(1) 請學生覆述一次題目。 (2) 搭配圖示，詢問學生現在有多少顆蕃茄？ 18 顆 要分給幾個人？ 3 個 (3) 要求學生進行平分，並把每個部分使用「箭頭↓」指向人像圖，表示「分」的動作。(可使用實物，讓學生動手操作) (4) 要求學生使用除法列式求答，並藉此建立「箭頭↓」分的動作與除號「÷」連結。</p> <p>【題目 2】 12 個杯子，2 個裝一盒，可裝幾盒？ 覆述一次題目。</p> <p>(2) 搭配圖示，詢問學生全部有幾個杯子？ 12 個 這些杯子要做什麼處理？ 2 個裝一盒 (3) 要求學生進行分裝，並解說分裝，亦是進行「分」的動作。(可使用實物，讓學生動手操作) (4) 要求學生使用除法列式求答。再次強調「分」的動作與除號「÷」連結</p> <p>【題目 3】 15 公分的緞帶，5 公分剪一段，可以剪幾段？ 請學生覆述一次題目。 搭配圖示，詢問學生緞帶幾公分？ 15 公分 緞帶要做什麼處理？ 5 公分剪一段 請學生實際動手體驗剪緞帶。並解說剪讓緞帶呈現「分開」的樣子，這也是「分」的動作的一種。 要求學生使用除法列式求答。再次強調「分」的動作與除號「÷」連結。</p> <p>【題目 4~5】 進行練習 歸納：除法應用的概念：「分」</p>	10 分鐘

(續下頁)

教學流程	教學內容	教學時間
教學活動一	<p>3. 乘、除混合二步驟分開解題</p> <p>【題目 1】一盒有 3 個布丁，老師買 6 盒，平分給 3 個小朋友，每人分到幾個布丁？</p> <p>(1) 6 盒共幾個布丁？</p> <p>(2) 平分給 3 個小朋友，每人分到幾個？</p> <p>(1) 請學生覆述一次題目。</p> <p>(2) 指導學生透過畫圖來了解題意，畫出口代表一盒，詢問學生一盒有幾個布丁？ 3 個，並在口中寫上 3。</p> <p>(3) 詢問學生：老師要買幾盒？ 6 盒，要如何畫圖表示 6 盒呢？請學生畫出來。</p> <p>(4) 依據圖示結果，6 盒共有幾個布丁？詢問學生可以使用 +、-、×、÷ 的哪一個來列式求答？ ×</p> <p>(5) 再平分給幾個小朋友？ 3 個，指導學生利用 ↓ 來代表「分」的動作。</p> <div data-bbox="431 823 1047 1048" style="text-align: center;"> </div> <p>(6) 依據圖示結果，詢問學生可以 +、-、×、÷ 的哪一個來列式求出平分給 3 個小朋友的結果？ ÷</p> <p>(7) 請學生看圖練習解說題意，並依據子題的問題逐步完成作答。</p> <p>【題目 2~5】 進行練習，從部分提示到無提示讓學生畫圖理解題意，並依子題的問題完成列式求答。</p>	20 分鐘
	<p>4. 併式練習</p> <p>【題目 1】 (1) $3 \times 6 = 18$ (2) $18 \div 3 = 6$</p> <p>(1) 指導學生將兩個式子合併紀錄為一個算式。</p> <p>(2) 再搭配圖結果，對照一個算式的結果解說題意。</p> <div data-bbox="446 1494 1040 1565" style="text-align: center;"> $3 \quad \times \quad 6 \quad \div \quad 3 \quad = \quad 6$ <p>一盒布丁 3 個 買 6 盒 平分給 3 個小朋友</p> </div> <p>【題目 2~5】 進行練習</p> <p style="text-align: center;">(第一節結束)</p>	3 分鐘

教學流程	教學內容	教學時間
教學活動二	<p>1. <u>乘、除混合二步驟併式解題</u></p> <p>【題目 1】一個箱子裝 80 個蘋果，將 5 箱蘋果平分給 40 人，每人可分得幾個蘋果？</p> <p>(1)請學生覆述一次題目，並依題意畫圖。 關鍵字提示：一個箱子、80 個蘋果、5 箱、平分、40 人</p>  <p>(2)要求學生依圖示結果說明題意</p> <p>(3)要求學生依其圖畫的順序，紀錄成一個算式並求答。</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="text-align: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">80</div> </div> <div style="margin: 0 20px;">×</div> <div style="margin: 0 20px;">5</div> <div style="margin: 0 20px;">÷</div> <div style="margin: 0 20px;">40</div> <div style="margin: 0 20px;">=</div> <div style="margin: 0 20px;">10</div> </div> <p>【題目 2~5】進行練習，從部分提示到無提示讓學生畫圖理解題意，並依圖畫順序紀錄成一個算式求答。</p>	25 分鐘
	<p>2. <u>綜合練習</u></p> <p>要求學生自行使用畫圖策略來理解題意，並紀錄成一個算式完成作答，學習單(乘、除二步驟問題)的題型含連乘、連除、先乘後除、先除後乘之二步驟問題，檢測學生是否真正理解乘、除的應用。</p> <p style="text-align: center;">(第二節結束)</p>	15 分鐘

教學流程	教學內容	教學時間
教學活動三	<p>1. <u>乘、除混合三步驟併式解題</u></p> <p>【題目 1】一盒糖果有 24 顆，老師買了 6 盒，重新分裝成每 3 顆一包，再平分送給 12 個小朋友當獎品，每個小朋友可以分得幾包？</p> <p>(1)請學生覆述一次題目，並依題意畫圖。</p> <p>(2)要求學生依圖示結果說明題意</p> <p>(3)要求學生依其圖畫的順序，紀錄成一個算式並求答。</p>  <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;">24</div> <div style="margin: 0 10px;">×</div> <div style="text-align: center;">6</div> <div style="margin: 0 10px;">÷</div> <div style="text-align: center;">3</div> <div style="margin: 0 10px;">÷</div> <div style="text-align: center;">12</div> <div style="margin: 0 10px;">=</div> <div style="text-align: center;">4</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 5px;"> 一盒有 24 顆 買 6 盒 分裝 3 顆一包 平分 12 個小朋友 </div>	25 分鐘

(續下頁)

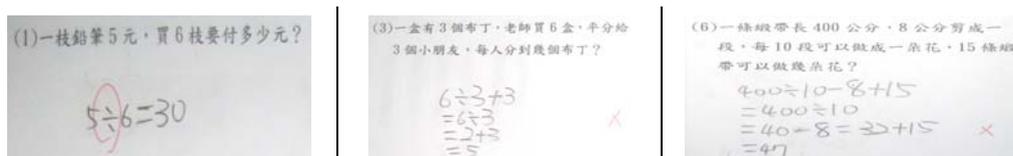
(接上頁)

教學活動三	【題目 2~5】 進行練習，讓學生畫圖理解題意，並依圖畫順序紀錄成一個算式求答。	
	2. 綜合練習 要求學生自行使用畫圖策略來理解題意，並紀錄成一個算式完成作答，學習單(乘、除三步驟問題)的題型含連乘、連除、乘及除混合之三步驟問題，檢測學生是否真正理解乘、除的應用。 <p style="text-align: center;">(第三節結束)</p>	15 分鐘

四、老師教學和學生表現

(一) 前測：

學生經課堂教學後，測驗其在「乘、除混合多步驟問題」計算的表現，由學生在學習單上作答的情形來看，可發現學生對乘、除的概念模糊，且僅因本單元為整數四則計算，因此在作答通常多採取+或-及 \div 來進行列式解題，未能完全了解題意內容。



學生未能完全理解題意，對乘、除的概念模糊

(二) 垂替 1：

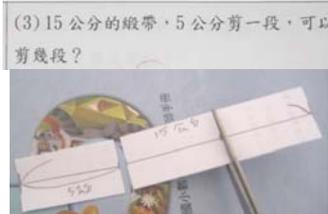
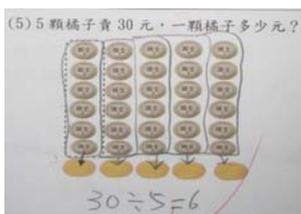
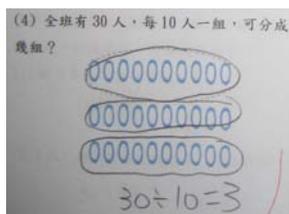
老師透過圖示呈現「N 個 M」，指導學生求其總和，除了採取連加的方式，另可選用乘法($M \times N$)來求答。結合與生活相關的情境題型來做練習，並引導學生歸納出「多個相同的東西之總和」是乘法應用的概念。



學生將題意上數字標示於圖示上，可清楚知道乘法應用有「N 個 M」之特徵

(三) 垂替 2 :

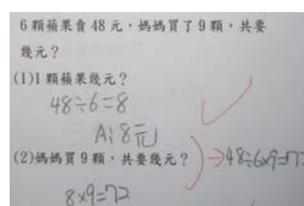
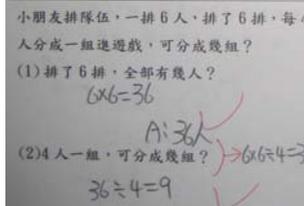
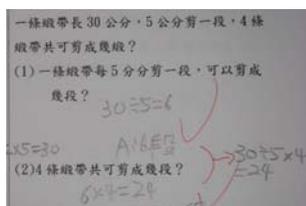
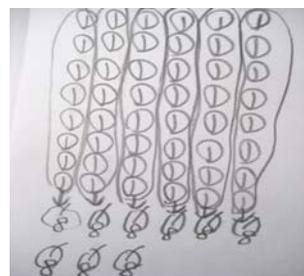
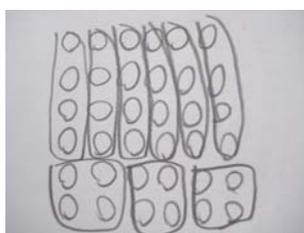
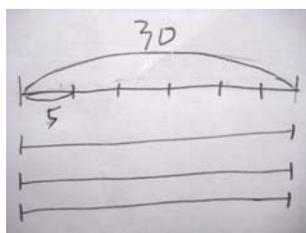
老師透過圖示呈現，或要求學生實際動手操作，引導學生建立除法的概念在於「分」的動作，而「分」又包含「平分」、「分裝」、「分組」、「切、剪」等，即將一個大整體平均分成幾個小部分，在圖示及操作的經驗建立學生對「分」的概念記憶，進而指導使用抽象符號「箭頭↓」來代表「分」的動作。



學生體驗「分」的概念，建立除法應用的概念

(四) 垂替 3 :

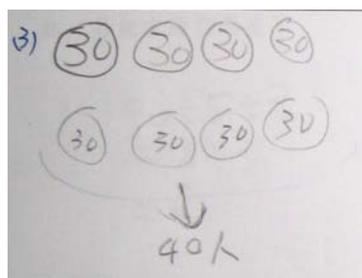
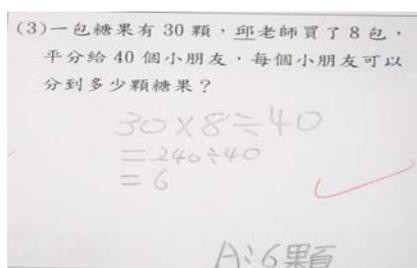
老師指導學生畫出簡易的抽象符號將題意呈現，再依圖示及各子題的問題逐步回答問題，學生可依據圖畫所呈現的提示，正確判斷乘法及除法的使用時機。



學生依據圖畫所呈現的提示，正確判斷乘法及除法的使用時機

(五) 垂替 4 :

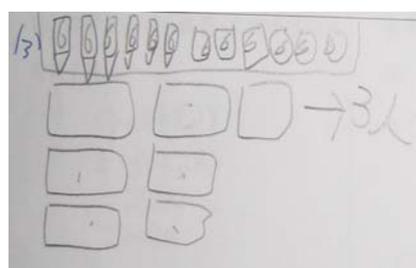
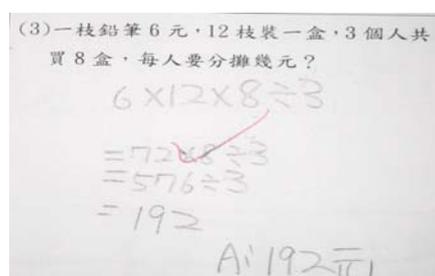
此階段學生自行依題意畫圖，並依圖示解說題意，老師僅部分口語提示關鍵字。學生一開始嘗試自己作圖時，會表現出不知如何下筆，或不太確定自己是否畫對，老師須適給予提示；而在列式方面，學生在「垂替 4」及「乘、除二步驟問題」學習單上的表現，皆可自行判斷使用乘、除法時機，正確率達 100%。



學生嘗試自行依題意畫圖，已能正確列出併式並解決問題

(六) 垂替 5 :

此階段教學模式相同於垂替 4，然老師不再提供提示，學生須要自行依題意作圖並解說題意，老師可在學生不知如何下筆時，詢問學生從題目中得到哪些訊息，並請他作圖。學生多能較上個階段順利畫出圖示，並且正確以一個算式解決三步驟問題。



學生能自行依題意畫圖，並正確列出併式求答

(七) 後測 :

學生經三節「替換式數學」進行補救教學後，於教學後隔週，再次測驗其在「乘、除混合多步驟問題」計算的表現，其正確率大幅提升。且後測並未強制要求學生作圖，觀察學生在作答時，較簡短的問題能直接列式

求答，而較多步驟的問題會採取在計算紙上作圖再列式的策略。

五、教學省思

在普通班的班級教學，雖然在新教材的教學也會先連結舊經驗，然而，通常不會花費較多時間在舊經驗上練習，且教師對教學進度的掌控也多以「中層」學生的學習速度為主，因此「下層」學生若沒有適當的課後補救，其數學概念的建立，通常都處於似懂非懂的狀態，日積月累下便會形成數學的學習失敗。本案例學生雖具備加、減、乘、除的計算能力，但要應用到情境問題進行解題時，便完全不知題意所云為何？究其原因係學生對乘、除的概念不明，因此，嘗試使用「替換式數學」來進行課後補救，利用其教材設計的特性，將學習內容所須的先備概念及新經驗做一連貫性的教學，藉此重新把學生的數學地基扎穩、澄清相關概念，題目所呈現的難度由簡至繁，讓學生在沒有失敗的壓力之下，逐步習得新概念或技巧。在學生進行完後測，緊張的盯著批改學習單的我，在我說出：「好！全對！」，他鬆了一口氣，喊出：「YA~」，學生高興著他可以不用在別人休息之餘時繼續上課，而我則高興著學生的能力又往上提升了一些。

此案例教材的設計，橫跨了二年級到五年級的數學乘、除法的應用，讓學生的能力一層一層的搭建上來，我想「替換式數學」應該可做為「特教新課綱」教材編製的考量，雖然新課綱要求特殊學生須依照其就學年級來進行學習，而學生雖未達到該年級的能力，但應可嘗試使用「替換式數學」的構念，逐步設計相關概念教材來進行教學，做些簡易練習，使學生的能力可向上提升。

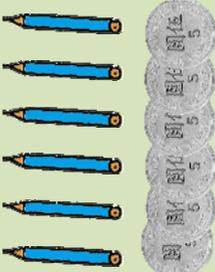
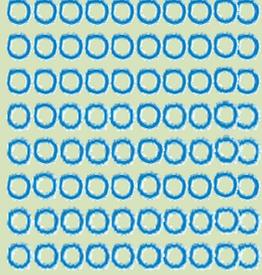
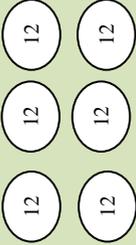
六、替換式數學設計表

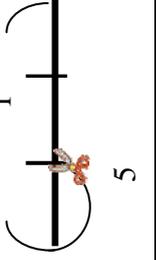
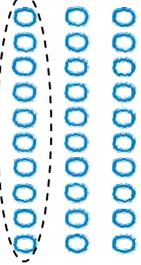
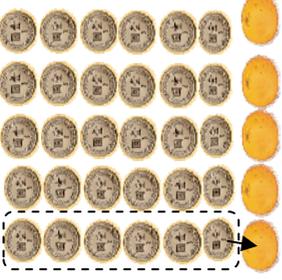
題目/主題：整數四則計算(多步驟計算) / 設計者：邱靜瑩

能力指標：5-n-02 能在具體情境中，解決三步驟問題，並能併式計算。

教學重點或方式：以口語、圖示方法，讓學生能以併式記法來解決三步驟(乘、除混合)問題。

原題目：一盒巧克力有 32 顆，將 12 盒巧克力重新包裝成每 16 顆一包，再平分給 3 家店，每家店可分得幾包？

垂直改變 1： 乘法的應用	一盒有 3 個布丁，2 盒 有多少個布丁？ 	一枝鉛筆 5 元，買 6 枝 要付多少元？ 	一片披薩分成 9 塊，4 片披薩可以分成幾塊？ 	軍隊一排 10 人，8 排一 共有多少人？ 	一些糖果平分給 6 個小 朋友，每人分到 12 顆糖 果，原來有幾顆糖果？ 	<input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F
------------------	---	---	--	---	--	---	---	---	---	---	---

<p>垂替改變 2： 除法的應用</p>	<p>18 顆蕃茄，平分給 3 個小朋友，每人分到幾顆？</p> 	<p>12 個杯子，2 個裝一盒，可裝幾盒？</p> 	<p>15 公分的緞帶，5 公分剪一段，可以剪幾段？</p> 	<p>全班有 30 人，每 10 人一組，可分成幾組？</p> 	<p>5 顆橘子賣 30 元，一顆橘子多少元？</p> 		<p><input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F</p>	<p><input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F</p>	<p><input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F</p>	<p><input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F</p>	<p><input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F</p>
<p>垂替改變 3： 分開的解題 步驟</p>	<p>一盒有 3 個布丁，老師買 6 盒，平分給 3 個小朋友，每人分到幾個布丁？</p> <p>(1) 6 盒共幾個布丁？ (2) 平分給 3 個小朋友，每人分到幾個？</p>	<p>12 枝鉛筆，2 枝裝一盒，每盒賣 5 元，共可賣得多少元？</p> <p>(1) 2 枝裝一盒，可以裝幾盒？ (2) 每盒賣 5 元，共可賣得多少元？</p>	<p>一條緞帶長 30 公分，5 公分剪一段，4 條緞帶共可剪成幾段？</p> <p>(1) 一條緞帶每 5 公分剪一段，可以剪成幾段？ (2) 4 條緞帶共可剪成幾段？</p>	<p>小朋友排隊伍，一排 6 人，排了 6 排，每 4 人分成一組進遊戲，可分成幾組？</p> <p>排了 6 排，全部有幾人？ 4 人一組，可分成幾組？</p>	<p>6 顆蘋果賣 48 元，媽媽買了 9 顆，共要幾元？</p> <p>(1) 1 顆蘋果幾元？ (2) 媽媽買 9 顆，共要幾元？</p>		<p><input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F</p>	<p><input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F</p>	<p><input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F</p>	<p><input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F</p>	<p><input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F</p>

<p>垂替改變 4： 併式及題目 數字變大</p>	<p>一個箱子裝 80 個蘋果，將 5 箱蘋果平分給 40 人，每人可分得幾個蘋果？</p>	<p>老闆把一袋 75 公斤的茶葉，平分裝成 5 包，賣出 3 包，共賣出多少公斤的茶葉？</p>	<p>一包糖果有 30 顆，邱老師買了 8 包，平分給 40 個小朋友，每個小朋友可以分到多少顆糖果？</p>	<p>一打鉛筆 12 枝，校長將 9 打鉛筆分送給 27 位學生，每位學生得到幾枝鉛筆？</p>	<p>12 顆奇異果賣 156 元，媽媽買了 15 顆，共要幾元？</p>
	<p><input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F</p>	<p><input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F</p>	<p><input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F</p>	<p><input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F</p>	<p><input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F</p>
<p>垂替改變 5： 三步驟問題</p>	<p>一盒糖果有 24 顆，老師買了 6 盒，重新分裝成每 3 顆一包，再平分送給 12 個小朋友當獎品，每個小朋友可以分得幾包？</p>	<p>一袋 180 公斤的糖，平分 12 包，5 個人買 9 包糖，每人可分到多少公斤？</p>	<p>一枝鉛筆 6 元，12 枝裝一盒，3 個人共買 8 盒，每人要分攤幾元？</p>	<p>一條緞帶長 400 公分，8 公分剪成一段，每 10 段可以做成一朵花，15 條緞帶可以做幾朵花？</p>	<p>水果行大特價，所有水果一律 9 顆賣 108 元，媽媽分別買了蘋果、奇異果和梨子 3 種水果各 12 顆，共要付幾元？</p>
	<p><input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F</p>	<p><input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F</p>	<p><input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F</p>	<p><input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F</p>	<p><input type="checkbox"/> I <input type="checkbox"/> G <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F</p>

附錄

替換式數學教學學習單－國小五年級 整數四則計算
(前、後測)

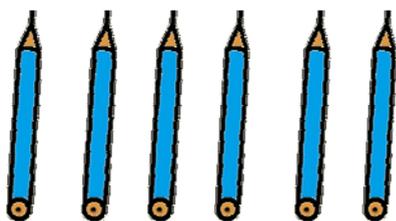
<p>(1)一枝鉛筆 5 元，買 6 枝要付多少元？</p>	<p>(2)5 顆橘子賣 30 元，一顆橘子多少元？</p>
<p>(3)一盒有 3 個布丁，老師買 6 盒，平分給 3 個小朋友，每人分到幾個布丁？</p>	<p>(4)老闆把一袋 75 公斤的茶葉，平分裝成 5 包，賣出 3 包，共賣出多少公斤的茶葉？</p>
<p>(5)一盒巧克力有 32 顆，將 12 盒巧克力重新分裝成每 16 顆一包，再平分給 3 家店，每家店可分得幾包？</p>	<p>(6)一條緞帶長 400 公分，8 公分剪成一段，每 10 段可以做成一朵花，15 條緞帶可以做幾朵花？</p>

替換式數學教學學習單－國小五年級 整數四則計算 (垂替 1)

(1) 一盒有 3 個布丁，2 盒有多少個布丁？



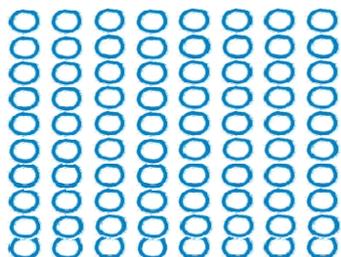
(2) 一枝鉛筆 5 元，買 6 枝要付多少元？



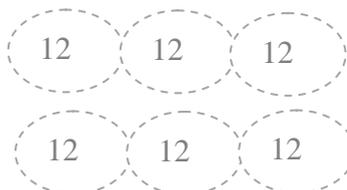
(3) 一片披薩分成 9 塊，4 片披薩可以分成幾塊？



(4) 軍隊一排 10 人，8 排一共有多少人？

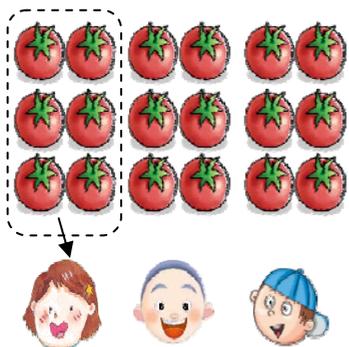


(5) 一些糖果平分給 6 個小朋友，每人分到 12 顆糖果，原來有幾顆糖果？



替換式數學教學學習單一國小五年級 整數四則計算 (垂替 2)

(1) 18 顆蕃茄，平分給 3 個小朋友，每人分到幾顆？



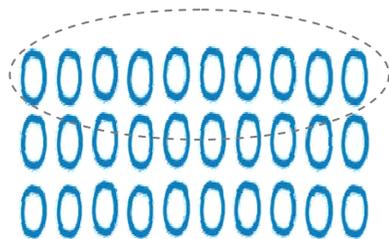
(2) 12 個杯子，2 個裝一盒，可裝幾盒？



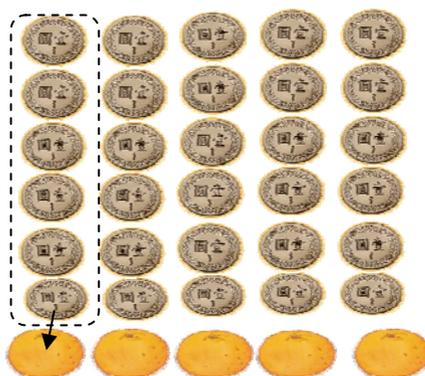
(3) 15 公分的緞帶，5 公分剪一段，可以剪幾段？



(4) 全班有 30 人，每 10 人一組，可分成幾組？



(5) 5 顆橘子賣 30 元，一顆橘子多少元？



替換式數學教學學習單－國小五年級 整數四則計算 (垂替 4)

<p>(1)一個箱子裝 80 個蘋果，將 5 箱蘋果平分給 40 人，每人可分得幾個蘋果？</p>	
<p>(2)老闆把一袋 75 公斤的茶葉，平分裝成 5 包，賣出 3 包，共賣出多少公斤的茶葉？</p>	<p>(3)一包糖果有 30 顆，邱老師買了 8 包，平分給 40 個小朋友，每個小朋友可以分到多少顆糖果？</p>
<p>(4)一打鉛筆 12 枝，校長將 9 打鉛筆分送給 27 位學生，每位學生得到幾枝鉛筆？</p>	<p>(5)12 顆奇異果賣 156 元，媽媽買了 15 顆，共要幾元？</p>

替換式數學教學學習單－國小五年級 整數四則計算
(二步驟：乘、除相關題型)

<p>(1) 每箱果汁有 24 瓶，買 11 箱平分給 6 戶人家，每戶分到幾瓶果汁？</p>	
<p>(2) 90 個學生平分成 5 隊，每隊平分成 3 組，每組有幾個學生？</p>	<p>(3) 192 名幼童軍，每 6 名分成一隊，每小隊各分給 2 顆籃球，共需要多少顆籃球？</p>
<p>(4) 一個披薩 399 元，7 個小朋友合買 4 個。平均一個小朋友要付多少錢？</p>	<p>(5) 一顆水蜜桃賣 63 元，一盒禮盒有 7 顆水蜜桃、8 盒共賣多少元？</p>

替換式數學教學學習單－國小五年級 整數四則計算 (垂替 5)

<p>(1) 一盒糖果有 24 顆，老師買了 6 盒，重新分裝成每 3 顆一包，再平分送給 12 個小朋友當獎品，每個小朋友可以分得幾包？</p>	
<p>(2) 一袋 180 公斤的糖，平分成 12 包，5 個人買 9 包糖，每人可分到多少公斤？</p>	<p>(3) 一枝鉛筆 6 元，12 枝裝一盒，3 個人共買 8 盒，每人要分攤幾元？</p>
<p>(4) 一條緞帶長 400 公分，8 公分剪成一段，每 10 段可以做成一朵花，15 條緞帶可以做幾朵花？</p>	<p>(5) 水果行大特價，所有水果一律 9 顆賣 108 元，媽媽分別買了蘋果、奇異果和梨子 3 種水果各 12 顆，共要付幾元？</p>

替換式數學教學學習單－國小五年級 整數四則計算 (三步驟：乘、除相關題型)

<p>(1) 糖果一包有 40 顆，12 包裝成一盒，20 盒裝成一箱，將一箱糖果平分給 120 人，每人可以分到幾顆糖果？</p>	
<p>(2) 一塊布長 520 公分，4 公分剪成一段，每 2 段可以做成手提袋，8 塊布可以做幾個手提袋？</p>	<p>(3) 科學營共有 432 人參加，將所有參加人數平分成 3 個梯次，每梯次再平分成 6 隊，每一隊再平分成 4 組，一組有多少人？</p>
<p>(4) 一盒巧克力有 32 顆，將 12 盒巧克力重新分裝成每 16 顆一包，再平分給 3 家店，每家店可分得幾包？</p>	<p>(5) 一顆橘子有 65 大卡，一袋有 5 個，一箱有 6 袋，媽媽買了 4 箱，共是幾大卡？</p>

第六章

替換式數學應用在國小 智能障礙學生 10 以內數 與量大小比較之教學設 計

謝妙倖

一、教學單元目標

- 1.能比較 10 以內兩量的多少。
- 2.能比較 10 以內兩數的大小。

二、教學說明

(一) 垂替層次說明

1. 垂替 1—圖形配對，再比較。

呈現具體圖像，使學生在「畫線」配對時，較能產生比較的真實感。

2. 垂替 2—○配對，再比較。

呈現抽象的●和○，讓學生也能對非具體的圖形進行「畫線」配對的比較。

3. 垂替 3—看數字，畫○配對，再比較。

讓學生在數序表上畫記○，可確認其具備數與量的對應能力，也能在畫線配對比較後，將量的比較結果與數序前後做概念連結，數序在前的表示數量較少，數序在後的表示數量比較多。

4. 垂替 4—觀看數序前後位置比較大小。

不再做直接的量的比較，改以觀察數字在數序表的前後位置判斷數字大小。

5. 垂替 5—看數字直接比較大小。

撤除數序表，由學生透過在心裡表徵的方式，在看到兩數後能產生前後位置的心像，以判斷兩數的大小。

（二）教學流程說明

1.教學流程，由垂替 1 逐次練習至垂替 5。

2.每一個垂替之首題均由老師進行教學說明，接著再由學生自行練習該垂替的其他題目；若連續 2 題正確無誤，則可跳至下一個垂替；若有錯誤，則由老師引導做訂正後，讓學生完成該垂替剩餘的所有題目。

3.垂替 1 及垂替 2 的教學，老師說明並引導學生練習以「畫線」配對，和口訣「你一個、我一個，平手」的方式來進行兩量比較，最後有剩下物品的該量即較多。

4.垂替 3 的教學，老師說明並引導學生自行在數序表上做畫圈計數，之後再同樣以「畫線」配對，和口訣「你一個、我一個，平手」的方式來進行兩量比較，有剩下物品的該量即較多。

5.垂替 3 在利用「畫線」配對的方式比較出多少後，老師須引導學生將量的比較結果與數序的前後做連結，即建立數序中「在前/先到」的數字代表的量比較少，「在後/後到」的數字代表的量比較多之概念。

6.垂替 4 的教學，老師引導學生在數序表裡指定的數字上打勾，再依照兩數在數序表上的先後順序判斷數字大小，「在前/先到」的數字表示較小，「在後/後到」的數字表示較大。

7.垂替 5 的教學，老師引導學生看完題目數字後，在心中表徵數列順序，或是在桌面上默數數序表的方式找出「在前/先到」或「在後/

後到」以判斷兩數字的大小。

- 8.教學開始，從各垂替中選出一~二個題目作前測評量，以了解學生先備能力。
- 9.垂替 1~5 共需兩節課完成。第二堂課開始時，須針對第一堂課所學進行隨堂評量，評量內容為第一堂課所教各垂替中的 2 題更換題目順序呈現；評量後應針對錯誤進行檢討，並引導學生複習、澄清第一堂課所學的概念，之後再進入新的垂替學習。
- 10.待所有垂替均教學完畢，老師可在下一堂課中進行後測評量，以確定學生是否達成學習目標。

三、教學設計

教學科目	數學領域	單元名稱	10 以內比多少
教材來源	康軒版第一冊第 3 單元	教學設計者	謝妙倖
適用對象	輕微認知功能缺損，能數數 1~10，且具備數與量的配對能力。		
能力指標	1-n-03 能運用數表達多少、大小、順序		
單元目標	1.能比較 10 以內兩量的多少。 2.能比較 10 以內兩數的大小。		

節次 能力指標	第一節 教學活動	教學 資源	時間 分配	評量 標準
1-n-03	壹、準備活動 引起動機 1.教師請學生唱數 1~10。 2.教師準備 1~10 數字卡，請學生按照數序依序排列數字卡。 3.教師先將 1~10 數字卡，依序排列成「不完整」數列，如「1.3.7.9」；再請學生將剩下的數字卡依序排入數列中正確的位置。	數字卡	5'	三次練習 至少答對兩次
	貳、發展活動： 一、【垂替 1】 1.教師示範以「畫線」配對圖形，並搭配口訣「你一個、我一個，平手」的方式做兩量的比較，再觀察最後哪一種圖案有剩下的即較多。 	學習單	7'	連續答對 2 題

(續下頁)

(接上頁)

節次 能力指標	第一節 教學活動	教學 資源	時間 分配	評量 標準																				
2-1 3-1	貳、發展活動： 一、【垂替 4】 1.教師示範要先標記出兩數字在數序的位置，然後複習「在前/先到」的數字代表的量比較少，「在後/後到」的數字代表的量比較多之概念，再進行判斷。 1. <table border="1"><tr><td><input checked="" type="checkbox"/></td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td><td>5.</td><td>6.</td><td>7.</td><td>8.</td><td>9.</td><td>10.</td></tr></table> 3. <table border="1"><tr><td>1.</td><td>2.</td><td><input checked="" type="checkbox"/></td><td>4.</td><td>5.</td><td>6.</td><td>7.</td><td>8.</td><td>9.</td><td>10.</td></tr></table>	<input checked="" type="checkbox"/>	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	1.	2.	<input checked="" type="checkbox"/>	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	學習 單	10'	連續 答對 2 題
<input checked="" type="checkbox"/>	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.															
1.	2.	<input checked="" type="checkbox"/>	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.															
2-2 3-1	2.學生做垂替 4，其它題目的練習。 3.老師檢討與整理觀念。 二、【垂替 5】 1.教師先呈現數序表，請學生唱數一次。 2.教師將數序表收回，然後示範書空的方式找出兩數字在數序上的位置，然後複習在前/先到」的數字代表的量比較少，「在後/後到」的數字代表的量比較多之概念，再進行判斷。 3.學生做垂替 5，其它題目的練習。 4.老師檢討與整理觀念。																							
	參、綜合活動： 1.老師總結垂替 1~5 的概念。 2.預告下一堂課的上課內容。 <第二堂課結束>																							

四、老師教學和學生表現

【垂替 1】

1. 老師教學：

將教學重點放在「畫線配對」，教師教學時要針對「畫線」這個步驟給予口訣與意義化。如課堂中，會以「你一個、我一個，平手」這個口訣讓學生練習畫線配對，學生透過口訣的提示，便會持續進行畫線的動作，而不需他人提醒或督促，且口訣中提到的「平手」，又可讓學生理解兩兩一組的公平性，並理解到最後剩下來的無法以畫線配對的圖形就是多出來的圖形。

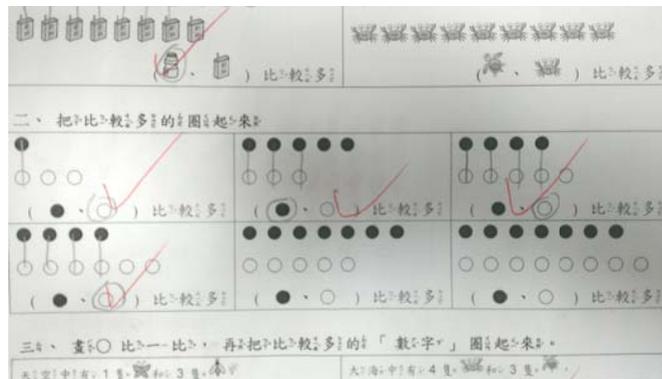
2. 學生表現：

學生習慣以口訣搭配解題，並透過口訣讓自己想起如何做多少的比較。當學生在遇到「比一比」的題目時，會自己說「你一個、我一個，平手」然後才開始做畫線配對的動作，即表示學生能理解此動作的意義。



【垂替 2】

教學重點與垂替 1 相同，因此學生能順利地完成垂替 2 的問題。



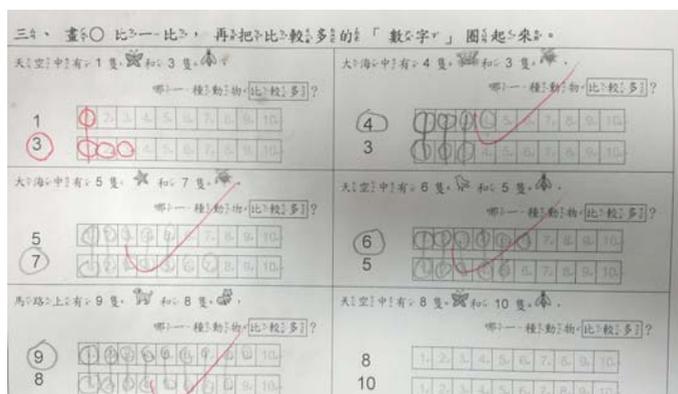
【垂替 3】

1.老師教學：

剛開始教學重點仍在於量的比較，但在完成比較後，老師透過問答的方式引導學生觀察發現數字的數序位置與數量多少間的關係(如：在後面者，其表示的數量就較多)。

2.學生表現：

量的配對活動與垂替 1、2 相同，因此學生能順利完成。而在與數序位置配對數量多少的連結時，學生需要反覆說明才能理解；另外，當練習幾題後，學生在畫圈配對完成後，自行說出「在後面的比較多」。



【垂替 4】

1. 老師教學：

須向學生說明此垂替的重點不再作畫線配對了，而是要先找出兩數在數序上的先後位置，然後根據垂替 3 提到觀念「在後面者，其表示的數量就較多」來判斷數字大小。

2. 學生表現：

學生在標示完數字位置後，會以雙手代表兩數，再分別指在兩數字在數序表上的位置，並主動說出「在後面的比較多」，之後才判斷回答某數在後面，所以某數較多。

一、在數序表上做記號，再把「比較多」的數字圈起來。

天空中：有 1 隻蝴蝶和 3 隻鳥。 哪一種動物「比較多」？ 1 ③	大海中：有 4 隻魚和 3 隻海星。 哪一種動物「比較多」？ ④ 3
大海中：有 5 隻魚和 7 隻鳥。 哪一種動物「比較多」？ 5 ⑦	天空中：有 6 隻鳥和 5 隻魚。 哪一種動物「比較多」？ ⑥ 5
馬路上：有 9 隻鳥和 8 隻魚。 哪一種動物「比較多」？ ⑨ 8	天空中：有 8 隻魚和 10 隻鳥。 哪一種動物「比較多」？ 8 ⑩

【垂替 5】

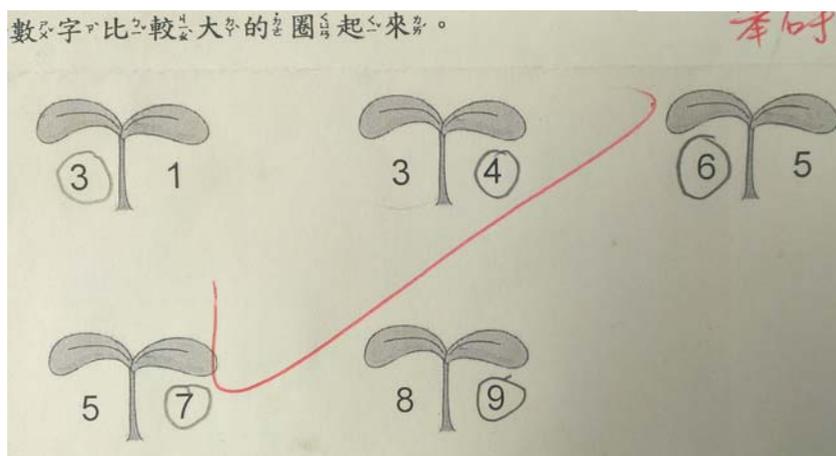
1. 老師教學：

老師會先重現一次數序表，之後便將之收起來。然後一次說出兩個數字，請學生利用手指頭在桌上做點數動作，然後再進行判斷數字排在後者比較多。若學生無法順利表徵數字位置，老師會再拿出一次數序表向學生說明，然後再一次收起來後請學生一樣利用手指頭在桌上做點數動作。

2. 學生表現：

學生在桌上點數會按照老師剛剛排列的數序表位置。學生有時會忘記目標數字是多少而數過頭，此時會要求學生再仔細看一次目標數字；另外

學生有時會因唸到第一個目標數字所產生的停頓，而使得後面的數數不太流暢；在要判斷數字大小時，學生就會唸出「在後面的比較多」的口訣來協助思考。



五、教學省思

對於輕微認知功能缺損的學生而言，一次只學一個重點，符合他們的學習特性，同時也較不會讓他們產生過大的認知負荷。

教學中，上一個垂替是下一個垂替的基礎，所以每一個垂替都要確認學生真正理解後才進行新的垂替教學，而學生透過小步驟小步驟的練習，也會增加學生對自我能力的肯定，進而使學生持續保持良好的學習動機，減少他人督促的頻率；另外，小步驟的練習有利於做教學診斷，老師可觀察學生錯誤的題目落在哪一個垂替中，去發掘學生是在哪一個觀念上產生錯誤，再針對錯誤點作觀念釐清。

透過設計替換式學習單的過程，讓自己對於教材編排的順序更加地注意，更能考慮到學生的認知水準，進而設計出符合其思考模式的教學內容。

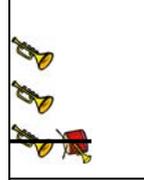
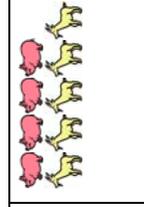
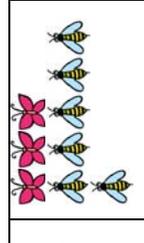
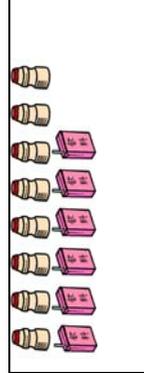
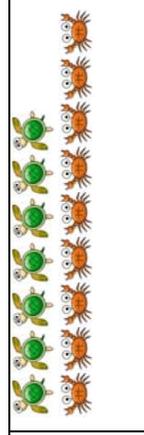
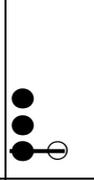
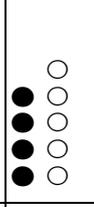
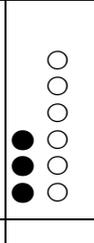
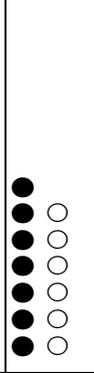
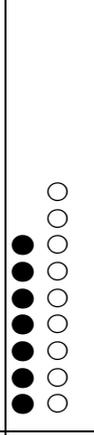
六、替換式數學單

題目/主題：10 以內比多少

能力指標：1-n-03 能運用數表達多少、大小、順序

教學重點或方式：由具體而抽象；搭配口訣「你一個、我一個，平手」做畫線配對的動作。

原題目：比較多的圈起來(8, 10)。

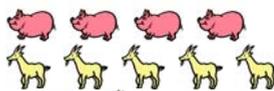
垂替 1. 圖形配對，再比較。	 () 比較多	 () 比較多	 () 比較多	 () 比較多	 () 比較多																																																																																																				
垂替 2. 圓形配對，再比較。	 (●、○) 比較多	 (●、○) 比較多	 (●、○) 比較多	 (●、○) 比較多	 (●、○) 比較多																																																																																																				
垂替 3. 看數字，畫圓形配對，再比較。	天空中有 1 隻  和 3 隻  動物比較多？ <table border="1" data-bbox="1080 1390 1159 1688"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	大海中有 4 隻  和 3 隻  動物比較多？ <table border="1" data-bbox="1080 1100 1159 1390"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	大海中有 5 隻  和 6 隻  動物比較多？ <table border="1" data-bbox="1080 810 1159 1100"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	天空中有 7 隻  和 5 隻  動物比較多？ <table border="1" data-bbox="1080 520 1159 810"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	馬路上有 9 隻  和 8 隻  動物比較多？ <table border="1" data-bbox="1080 229 1159 520"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○																																																																																																
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																
	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○																																																																																																
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																
	( , ) 比較多	( , ) 比較多	( , ) 比較多	( , ) 比較多	( , ) 比較多																																																																																																				

台南市安定南興國小資源班學習單				
教學內容	比多少 ~ 10 以內	姓名		課堂表現
日期	()年()月()日			

一、把比較多的圈起來



(、) 比較多



(、) 比較多



(、) 比較多



(、) 比較多



(、) 比較多

二、把比較多的圈起來



(、) 比較多



(、) 比較多



(、) 比較多



(、) 比較多



(、) 比較多



(、) 比較多

三、把比較多的「動物」圈起來。

天空中有 1 隻 和 3 隻 ，
哪一種動物比較多？

1 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

3 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

大海中有 4 隻 和 3 隻 ，
哪一種動物比較多？

4 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

3 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

大海中有 5 隻 和 6 隻 ，
哪一種動物比較多？

5 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

6 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

天空中有 7 隻 和 5 隻 ，
哪一種動物比較多？

7 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

5 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

馬路上有 9 隻 和 8 隻 ，
哪一種動物比較多？

9 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

8 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

天空中有 8 隻 和 10 隻 ，
哪一種動物比較多？

8 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

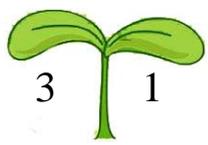
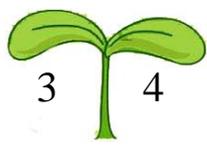
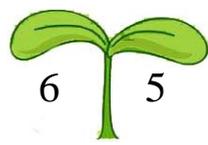
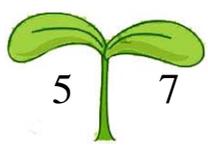
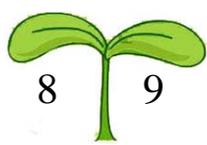
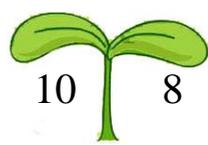
10 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

台南市安定南興國小資源班學習單			
教學內容	比多少 ~ 10 以內	姓名	課堂表現
日期	()年()月()日		

一、把比較多的「動物」圈起來。

天空中有 1 隻  和 3 隻  ， 哪一種動物比較多？	大海中有 4 隻  和 3 隻  ， 哪一種動物比較多？
 1 <input checked="" type="checkbox"/> 1. <input type="checkbox"/> 2. <input type="checkbox"/> 3. <input type="checkbox"/> 4. <input type="checkbox"/> 5. <input type="checkbox"/> 6. <input type="checkbox"/> 7. <input type="checkbox"/> 8. <input type="checkbox"/> 9. <input type="checkbox"/> 10.	 4 <input type="checkbox"/> 1. <input type="checkbox"/> 2. <input type="checkbox"/> 3. <input type="checkbox"/> 4. <input type="checkbox"/> 5. <input type="checkbox"/> 6. <input type="checkbox"/> 7. <input type="checkbox"/> 8. <input type="checkbox"/> 9. <input type="checkbox"/> 10.
 3 <input type="checkbox"/> 1. <input type="checkbox"/> 2. <input checked="" type="checkbox"/> 3. <input type="checkbox"/> 4. <input type="checkbox"/> 5. <input type="checkbox"/> 6. <input type="checkbox"/> 7. <input type="checkbox"/> 8. <input type="checkbox"/> 9. <input type="checkbox"/> 10.	 3 <input type="checkbox"/> 1. <input type="checkbox"/> 2. <input type="checkbox"/> 3. <input type="checkbox"/> 4. <input type="checkbox"/> 5. <input type="checkbox"/> 6. <input type="checkbox"/> 7. <input type="checkbox"/> 8. <input type="checkbox"/> 9. <input type="checkbox"/> 10.
大海中有 5 隻  和 6 隻  ， 哪一種動物比較多？	天空中有 7 隻  和 5 隻  ， 哪一種動物比較多？
 5 <input type="checkbox"/> 1. <input type="checkbox"/> 2. <input type="checkbox"/> 3. <input type="checkbox"/> 4. <input type="checkbox"/> 5. <input type="checkbox"/> 6. <input type="checkbox"/> 7. <input type="checkbox"/> 8. <input type="checkbox"/> 9. <input type="checkbox"/> 10.	 7 <input type="checkbox"/> 1. <input type="checkbox"/> 2. <input type="checkbox"/> 3. <input type="checkbox"/> 4. <input type="checkbox"/> 5. <input type="checkbox"/> 6. <input type="checkbox"/> 7. <input type="checkbox"/> 8. <input type="checkbox"/> 9. <input type="checkbox"/> 10.
 6 <input type="checkbox"/> 1. <input type="checkbox"/> 2. <input type="checkbox"/> 3. <input type="checkbox"/> 4. <input type="checkbox"/> 5. <input type="checkbox"/> 6. <input type="checkbox"/> 7. <input type="checkbox"/> 8. <input type="checkbox"/> 9. <input type="checkbox"/> 10.	 5 <input type="checkbox"/> 1. <input type="checkbox"/> 2. <input type="checkbox"/> 3. <input type="checkbox"/> 4. <input type="checkbox"/> 5. <input type="checkbox"/> 6. <input type="checkbox"/> 7. <input type="checkbox"/> 8. <input type="checkbox"/> 9. <input type="checkbox"/> 10.
馬路上有 9 隻  和 8 隻  ， 哪一種動物比較多？	天空中有 8 隻  和 10 隻  ， 哪一種動物比較多？
 9 <input type="checkbox"/> 1. <input type="checkbox"/> 2. <input type="checkbox"/> 3. <input type="checkbox"/> 4. <input type="checkbox"/> 5. <input type="checkbox"/> 6. <input type="checkbox"/> 7. <input type="checkbox"/> 8. <input type="checkbox"/> 9. <input type="checkbox"/> 10.	 8 <input type="checkbox"/> 1. <input type="checkbox"/> 2. <input type="checkbox"/> 3. <input type="checkbox"/> 4. <input type="checkbox"/> 5. <input type="checkbox"/> 6. <input type="checkbox"/> 7. <input type="checkbox"/> 8. <input type="checkbox"/> 9. <input type="checkbox"/> 10.
 8 <input type="checkbox"/> 1. <input type="checkbox"/> 2. <input type="checkbox"/> 3. <input type="checkbox"/> 4. <input type="checkbox"/> 5. <input type="checkbox"/> 6. <input type="checkbox"/> 7. <input type="checkbox"/> 8. <input type="checkbox"/> 9. <input type="checkbox"/> 10.	 10 <input type="checkbox"/> 1. <input type="checkbox"/> 2. <input type="checkbox"/> 3. <input type="checkbox"/> 4. <input type="checkbox"/> 5. <input type="checkbox"/> 6. <input type="checkbox"/> 7. <input type="checkbox"/> 8. <input type="checkbox"/> 9. <input type="checkbox"/> 10.

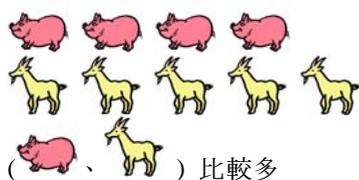
二、把數字比較大的圈起來。

 3 1	 3 4	 6 5
 5 7	 8 9	 10 8

台南市安定南興國小資源班學習單					
教學內容	比多少 ~ 10 以內	姓名		課堂	
日期	()年()月()日			表現	

《 前 測 》

一、把比較多的圈起來。



(● 、 ○) 比較多



(● 、 ○) 比較多

二、畫○比一比，再把比較多的「數字」圈起來。

天空中有 8 隻  和 10 隻  ，
哪一種動物比較多？

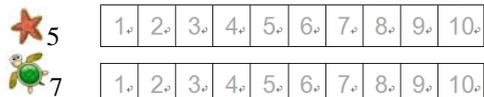


大海中有 4 隻  和 3 隻  ，
哪一種動物比較多？

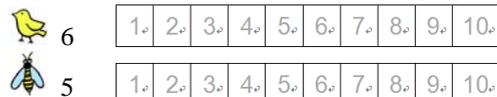


三、在數序表上做記號，再把比較多的「數字」圈起來。

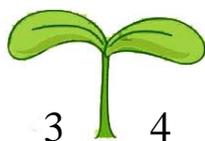
大海中有 5 隻  和 7 隻  ，
哪一種動物比較多？



天空中有 6 隻  和 5 隻  ，
哪一種動物比較多？



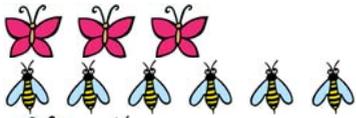
四、把數字比較大的圈起來。



台南市安定南興國小資源班學習單					
教學內容	比多少 ~ 10 以內	姓名		課堂表現	
日期	()年()月()日				

《 後 測 》

一、把比較多的圈起來。

 <p>( 、 ) 比較多</p> <p>●●●●●●</p> <p>○○○</p> <p>(● 、 ○) 比較多</p>	 <p>( 、 ) 比較多</p> <p>●●●●●●●●</p> <p>○○○○○○○○○○</p> <p>(● 、 ○) 比較多</p>
--	--

二、畫○比一比，再把比較多的「數字」圈起來。

馬路上有 9 隻  和 8 隻  ，
哪一種動物比較多？

 9 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

 8 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

大海中有 5 隻  和 7 隻  ，
哪一種動物比較多？

 5 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

 7 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

三、在數序表上做記號，再把比較多的「數字」圈起來。

天空中有 8 隻  和 10 隻  ，
哪一種動物比較多？

 8 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

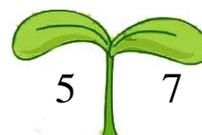
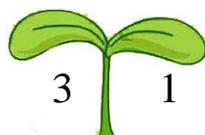
 10 1. 2. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

大海中有 4 隻  和 3 隻  ，
哪一種動物比較多？

 4 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

 3 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

四、把數字比較大的圈起來。



第七章

替換式數學教學應用於 國小特教班-10 以內的 減法

許瓊文

一、教學單元目標

- (一) 教學單元：10 以內的減法
- (二) 九年一貫分年細目：1-n-04 能從合成、分解的活動中，理解加減法的意義，使用 $+$ 、 $-$ 、 $=$ 作橫式紀錄與直式紀錄，並解決生活中的問題。
- (三) 教學目標：
 - 1. 認識拿走型減法問題
 - 1-1 在「吃掉」類型減法情境中，能指出剩下的圖片並正確點數剩下幾個。
 - 1-2 在「拿走」類型減法情境中，能指出剩下的圖片並正確點數剩下幾個。
 - 2. 運用減法算式解決拿走型減法問題
 - 2-1 透過拿走型減法問題的情境，認識減號的意義與用法。

2-2 在拿走型減法問題的情境中，能使用減法算式記錄解題過程。

二、教學說明

依據 101 學年度一年級上學期南一版數學教材，第八單元「減一減」之第一節「10 以內的減法」進行替換式教學設計。原教材以二種情境問題來引導學生解決生活中有關被減數為 10 以內的減法問題，二種情境問題分別為「拿走型」與「比較型」，因考量特教班學生的數學能力，以及生活情境中應用的頻率，因此僅針對「拿走型」情境以替換式數學教學的概念來設計教材及安排教學策略。

水平替換的向度包含數字、語詞、教學策略。其中數字的安排由少而多、由小而大；語詞替換的重點在於引導學生瞭解「用掉、吃掉、飛走…」等語詞都會使「起始量」變少；教學策略的安排採逐漸褪除提示的原則，希望學生經過動畫引導、口語說明、示範解題、提問等教學策略後能獨立練習相似的題目。

垂直替換的向度主要分為四種，一是具體至抽象的圖示引導，即動畫→刪除圖示；二是「數出剩下的數量」→「運用減法符號」→「使用減法算式」；三是不同題型的情境問題，即將「拿走型」情境細分為二種類型，垂替 1 是屬於「吃掉」類型，以動畫呈現內容物消失，留下空的容器或原物品的一部分來表達題意，而垂替 2 是屬於「拿走」類型，以移動圖片的方式來表達題意；四是「口述布題」→「文字布題」。

另外，教學的目的為提升學生理解「拿走型減法」情境的意義並運用減法算式解決問題，為了避免不一致的文字訊息干擾學生理解題意與減法算式，因此，本教學設計所有題目皆採用「剩下幾個？」的句子布題，捨去「還有幾個？」的句型敘述。

三、教學設計

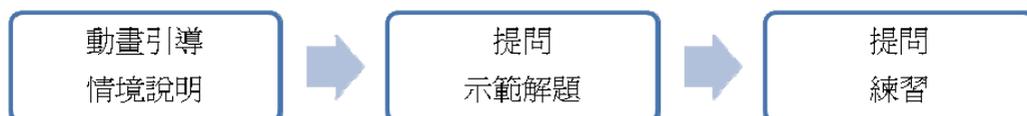
教學目標	教學活動	教學資源	時間	效果評量
第一節 「吃掉」型情境				
	一、引起動機： 【吃果凍】 在桌上放置 5 個果凍，一人一個吃掉果凍，並將吃完的果凍盒放回桌上，帶領學生點數剩下幾個果凍。	果凍	5'	
1-1	二、發展活動： 活動一：【吃布丁】 教師口述布題並操作布丁、布丁空盒，引導學生點數剩下的布丁，解決拿走型減法問題。 題目 1：桌上有 3 個布丁，吃掉 1 個布丁，剩下幾個布丁？ 題目 2：桌上有 3 個布丁，吃掉 2 個布丁，剩下幾個布丁？	布丁 布丁空盒	8'	能指出剩下的圖片並正確點數剩下幾個
1-1	活動二：【學習單 1】 教師發下學習單，教師讀題並請學生點數剩下幾個，完成學習單。	學習單	5'	
1-1	活動三：【PPT 教學-垂替 1】 教師播放 PPT，口述布題搭配動畫教學，引導學生瞭解「吃掉」型情境問題，並強調「剩下幾個」。	PPT	12'	
1-1	三、綜合活動 【學習單 2】 教師發下學習單，教師讀題並請學生點數剩下幾個，完成學習單。 【預告】 教師總結本節課之學習內容，並預告下一堂課的內容。 【回饋】 教師依據學生的上課表現及學習單的成果給予口頭回饋，並依增強制度給予獎勵。	學習單 增強板	10'	能指出剩下的圖片並正確點數剩下幾個

教學目標	教學活動	教學資源	時間	效果評量
第二節 「拿走」型情境				
	<p>一、引起動機：</p> <p>【分果凍】 在盤子內放置 5 個果凍，給哆啦 A 夢 3 個果凍，帶領學生點數盤子裡剩下幾個果凍。</p>	果凍 哆啦 A 夢 布偶 盤子	5'	
1-2	<p>二、發展活動：</p> <p>活動一：【分享給別人】 教師口述布題並操作糖果、玩具車，引導學生點數紙盒內剩下的物品，解決拿走型減法問題。 題目 1：盒子裡有 4 個糖果，給 A 夢 1 個糖果，盒子裡剩下幾個糖果？ 題目 2：盒子裡有 6 台汽車，給 A 夢 4 台汽車，盒子裡剩下幾台汽車？</p>	糖果 多啦 A 夢 布偶 紙盒 玩具車	8'	能指出剩下的圖片並正確點數剩下幾個
1-2	<p>活動二：【學習單 3】 教師發下學習單，教師讀題並引導學生移動貼紙，再請學生點數剩下幾個，完成學習單。</p>	學習單 圖卡 N 次貼膠帶	5'	
1-2	<p>活動三：【PPT 教學-垂替 2】 教師播放 PPT，口述布題搭配動畫教學，引導學生瞭解「拿走」型情境問題，並強調「剩下幾個」。</p>	PPT	12'	
1-2	<p>三、綜合活動</p> <p>【學習單 4】 教師發下學習單，教師讀題並請學生移動貼紙、點數剩下幾個，完成學習單。 【預告】 教師總結本節課之學習內容，並預告下一堂課的內容。 【回饋】 教師依據學生的上課表現及學習單的成果給予口頭回饋，並依增強制度給予獎勵。</p>	學習單 圖卡 N 次貼膠帶 增強板	10'	能指出剩下的圖片並正確點數剩下幾個

教學目標	教學活動	教學資源	時間	效果評量
第三節 減法算式				
	一、引起動機： 【吃漢堡】 在桌上放置 5 張漢堡圖卡，一人吃一個漢堡，並將漢堡圖卡剪掉表示「吃掉」，帶領學生點數剩下幾個漢堡。	漢堡圖卡 剪刀	5'	
1-1 1-2 2-1	二、發展活動： 活動一：【PPT 教學-垂替 3】 教師播放 PPT，請學生跟著讀題，搭配動畫教學，引導學生認識「減法符號」並點數剩下幾個。	布丁 布丁空盒	10'	能說出剩下幾個 能命名減法符號
1-1 1-2 2-1	活動二：【學習單 5】 教師發下學習單及寫有「+、-」符號的標籤貼紙，教師請學生讀題並貼上正確的運算符號，再寫出答案完成學習單。	學習單 圓形標籤貼紙	5'	能拿出減法符號的貼紙
1-1 1-2 2-2	活動三：【PPT 教學-垂替 4】 教師播放 PPT，請學生跟著讀題，搭配動畫教學，引導學生認識「減法算式」並點數剩下幾個。	PPT	10'	能說出減法算式 能說出剩下幾個
1-1 1-2 2-1 2-2	三、綜合活動 【學習單 6】 教師發下學習單，教師請學生讀題並完成減法算式，再點數剩下幾個，完成學習單。 【預告】 教師總結本節課之學習內容，並預告下一堂課的內容。 【回饋】 教師依據學生的上課表現及學習單的成果給予口頭回饋，並依增強制度給予獎勵。	學習單 圓形標籤貼紙 增強板	10'	能排列出減法算式 能點數剩下幾個

四、老師教學和學生表現

教學策略為水平替換的向度，主要分為三個階段，各階段的主要教學策略如下圖，視學生的學習情形與反應狀況決定何時進入下一階段的教學策略，保持彈性調整的教學原則。



第一階段是以口述布題搭配動畫引導，而情境說明主要是針對題目中的動詞，如「吃掉、拿走…」等語詞，用誇張而明確的動作「表演」出來，其目的是引導學生將情境問題與「生活經驗」連結，進而理解題意。第二階段以提問的方式協助學生發現題目的重點和關鍵，例如：「有幾杯紅茶？（起始量）」、「喝掉幾杯？（改變量）」、「為什麼杯子空空的？（因為喝掉了）」，並大聲點數「剩下 1 杯→剩下 2 杯…」示範如何找出「結果量」，或示範如何列出減法算式解題。第三階段則是等學生漸漸熟悉該題型之解題技巧後，便以提問的方式確認學生了解題意，再請學生自己操作並作答。

垂替 3 和垂替 4 開始以文字布題，透過動畫標示關鍵動詞「吃掉、拿走…」等，再「搭配句子寫出減法算式」，例如：桌上有 3 片西瓜（呈現 3），吃掉（呈現 -）2 片西瓜（呈現 2），剩下幾片西瓜？（呈現 =），並在過程中強調減法符號即代表「變少」的意思。最後以「畫掉物品」的方式表示物品減少，請學生點數剩下的物品數量，找出答案（結果量）。

學習之初，透過實際操作果凍、布丁等具體物，學生能根據老師的引導，正確點數剩下的數量。接著進入半具體的練習（學習單 1），由教師讀題，學生僅需點數「剩下幾個布丁？」。學生能正確指出剩下的圖片有哪些，並正確點數、寫出答案，但尚未能獨立說出「剩下」幾個布丁，而是在要求下仿說，對「剩下」的概念尚未完整、精熟。進行 PPT 教學時，不斷強調問句「剩下幾個？」，並請學生指出剩下的圖片，綜合活動之學習單 2，學生皆能正確作答。

進行垂替 2 的 PPT 教學時，圖片的移動能引起學生的注意及動機，約示範兩題後，學生便能理解「拿走型」情境問題，正確作答。進行綜合活動之學習單 4 時，學生能將圖片撕下來貼到另一邊，表示「跑走、飛走」，

但若減數較大則須提醒，否則點數時易粗心錯誤。

減法符號的運用經過進行垂替 3 的 PPT 教學後，學生便能建立「變少」要用「-」的概念。但進行垂替 4：減法算式的教學時，發現學生依據題目一句一句說出「被減數、減、減數、等於」的能力較不熟練，因此在 PPT 教學後再用果凍搭配字卡，以口述布題的方式一邊操作具體物，一邊請學生排列字卡完成算式，然後才進入綜合活動之學習單 6，學生在口語提示下完成題目，通過率約 80%。

五、教學省思

在設計替換式數學教學的過程中，釐清「數學概念」是最大的挑戰，究竟「數學的邏輯如何發展？」、「解決一個數學問題涉及哪些數學認知能力或數學知識？」、「何者難？何者易？」...等問題無時無刻徘徊在腦袋中。爲了釐清這些問題，先從研究九年一貫能力指標與分年細目開始，再找出二至三個版本的數學教學手冊，試圖從同單元不同版本的教學手冊中找出符合邏輯的、適合教學現場的題目設計與安排。在這過程中，一張屬於我的、屬於我的學生們的教學「地圖」終於慢慢浮現，這真的不是一件簡單的事啊！

本替換式數學教學強調高度結構化的教材設計，且將「拿走型」情境問題與減法算式的教學盡可能解構，逐步練習的過程中學生較易掌握題目的關鍵，也較易習得老師所教導的解題方式。但爲了避免學生只是單純記憶解題方式而未確實理解「拿走型」問題與減法算式的運用，因此教學時不斷運用「提問」的技巧，引導學生發現題目的關鍵，也促進學生思考，確保學生理解題意及解題策略。

在本教學設計全部教完後隔天，分別以具體物呈現減法和加法情境，且強調「這個問題不一樣」，想瞭解學生是否能真正了解減法問題並運用減法算式解題，是否能區辨減法與加法問題。發現學生產生混淆，難以正確判斷該題目要使用加法或減法符號，因此使用剪刀將圖片及減法符號剪掉，以「剪」的動作強化學生「減」的概念。若以上的具體操作活動在進行 PPT 教學時先進行，應該有助於學生理解減法符號與算式，也較符合教學的原則。

爲了讓學生釐清加法和減法不同的情境，因此在本教學設計後又讓學

生多次操作具體物並以字卡排列加、減法算式，並在過程中適時「提問」，新增以下 PPT 進行教學：

<p>有3個布丁，吃掉2個布丁，剩下幾個布丁？</p>  <p style="text-align: center;">↓</p> <p>有3個布丁，<u>吃掉2個</u>布丁，剩下幾個布丁？</p>  <p style="text-align: center;">- +</p>	<p>桌子上有2個麵包，再放3個，桌子上總共有幾個麵包？</p>  <p style="text-align: center;">↓</p> <p>桌子上有2個麵包，<u>再放3個</u>，桌子上總共有幾個麵包？</p>  <p style="text-align: center;">- +</p>	<p>有5杯汽水，喝掉3杯，剩下幾杯汽水？</p>  <p style="text-align: center;">↓</p> <p>有5杯汽水，<u>喝掉3杯</u>，剩下幾杯汽水？</p>  <p style="text-align: center;">- +</p>	<p>盤子裡有2個冰淇淋，媽媽又買了5個，總共有幾個冰淇淋？</p>  <p style="text-align: center;">↓</p> <p>盤子裡有2個冰淇淋，媽媽<u>又買</u>了5個，總共有幾個冰淇淋？</p>  <p style="text-align: center;">- +</p>
---	---	---	---

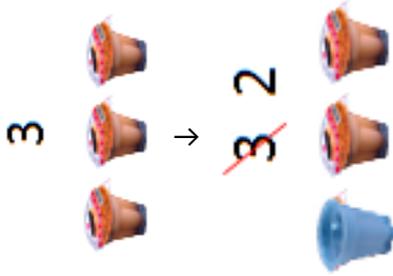
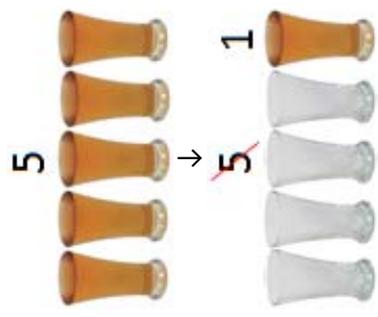
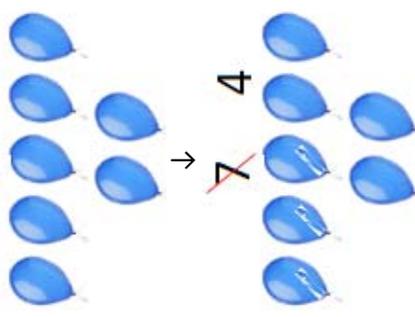
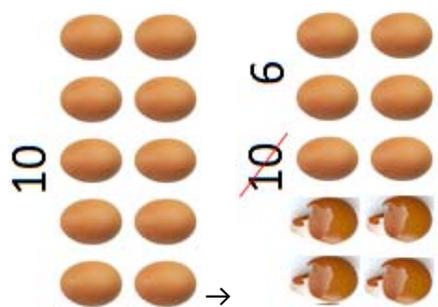
※學生經上述具體操作活動及 PPT 教學後較能正確運用加、減法算式，通過率約 80%。

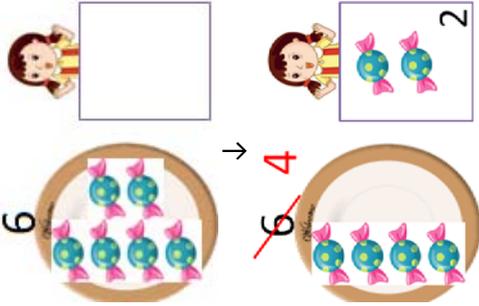
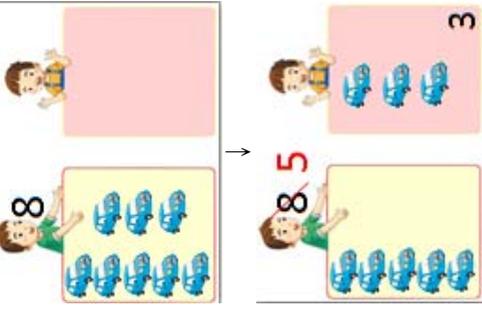
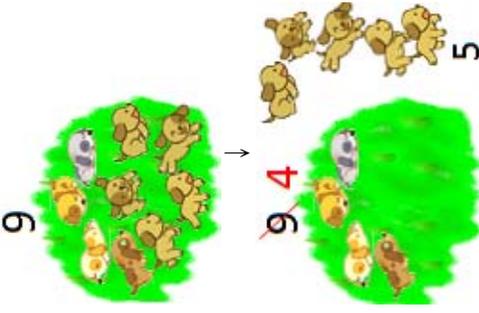
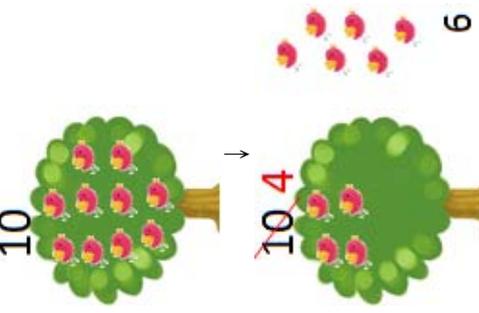
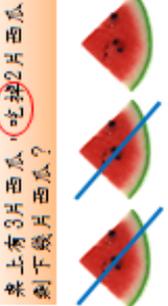
六、替換式數學單

題目/主題：10 以內的減法

能力指標：1-n-04 能從合成、分解的活動中，理解加減法的意義，使用 +、-、= 作橫式紀錄與直式紀錄，並解決生活中的問題。
教學重點或方式：透過 PPT 動畫引導學生理解題意，了解「用掉、吃掉、飛走」等情境，物品數會「變少」，進而運用減法算式解題。

原題目：樹葉上有 5 隻瓢蟲，飛走 2 隻，還有幾隻瓢蟲？

<p>垂替 1： 口述布題，不呈現文字，動畫呈現，內容物消失，數一數，剩下多少，「吃掉」類型</p>	 <p>有 3 個布丁，吃掉 1 個布丁， 剩下幾個布丁？</p>	 <p>有 5 杯紅茶，喝掉 4 杯紅茶， 剩下幾杯紅茶？</p>	 <p>有 7 顆氣球，破掉 3 顆氣球， 剩下幾顆氣球？</p>	 <p>有 10 個雞蛋，用掉 4 個雞蛋， 剩下幾個雞蛋？</p>
---	--	---	--	---

<p>垂替 2： 口述布題，不呈現文字，動畫呈現，移動圖片，數一數，剩下多少，「拿走」類型</p>	 <p>盤子裡有 6 個糖果，妹妹拿走 2 個糖果，盤子裡剩下幾個糖果？</p>	 <p>哥哥有 8 台汽車，送給弟弟 3 台汽車，哥哥剩下幾台汽車？</p>	 <p>草地上有 9 隻狗，跑走 5 隻狗，草地上剩下幾隻狗？</p>	 <p>樹上有 10 隻鳥，飛走 6 隻鳥，樹上剩下幾隻鳥？</p>
<p>垂替 3： 文字布題，動畫呈現，畫掉圖片，運用減法符號，數一數，剩下多少</p>	 <p>桌上有 3 片西瓜，吃掉 2 片西瓜，剩下幾片西瓜？</p>	 <p>妹妹手上有 4 個氣球，飛走 1 個氣球，剩下幾個氣球？</p>	 <p>10 個雞蛋，用掉 3 個雞蛋，剩下幾個雞蛋？</p>	 <p>水池裡有 9 隻青蛙，跳走 5 隻青蛙，剩下幾隻青蛙？</p>

垂替 4：
文字布
題，動畫
呈現，畫
掉圖片，
說出減法
算式，數
一數，剩
下多少

樹葉上有 5 隻瓢蟲，
飛走 2 隻，
剩下幾隻瓢蟲？



$$5 - 2 = 3$$

樹葉上有 5 隻瓢蟲，飛走 2 隻，剩下幾隻瓢蟲？

盤子裡有 7 隻魚，
吃掉 3 隻，
剩下幾隻魚？



$$7 - 3 = 4$$

盤子裡有 7 隻魚，吃掉 3 隻，剩下幾隻魚？

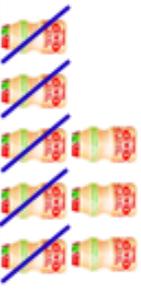
媽媽買 6 枝冰棒，
給哥哥 5 枝，
剩下幾枝冰棒？



$$6 - 5 = 1$$

媽媽買 6 枝冰棒，給哥哥 5 枝，剩下幾枝冰棒？

媽媽買 8 瓶多多，
喝掉 5 瓶，
剩下幾瓶多多？



$$8 - 5 = 3$$

媽媽買 8 瓶多多，喝掉 5 瓶，剩下幾瓶多多？

註：橫向題目為水平替換設計(概念相同題目)。縱向題目為垂直替換設計(新增概念題目)

學習單 1

◎數一數，寫出答案。

題目：有 3 個布丁，吃掉 1 個布丁，剩下幾個布丁？



答：剩下

個布丁

題目：有 5 個布丁，吃掉 2 個布丁，剩下幾個布丁？



答：剩下

個布丁

題目：有 6 個布丁，吃掉 4 個布丁，剩下幾個布丁？



答：剩下

個布丁

學習單 2

◎數一數，寫出答案。

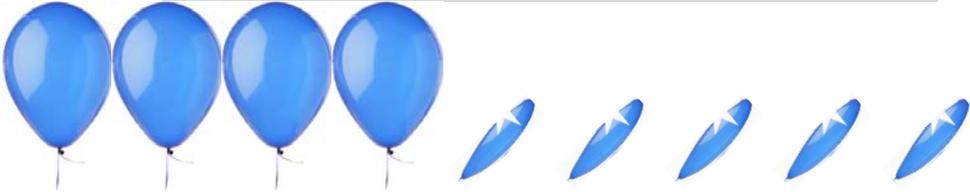
題目：有 6 個冰棒，吃掉 3 個冰棒，剩下幾個冰棒？



答：剩下

個冰棒

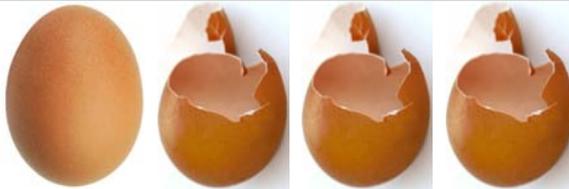
題目：有 9 個氣球，5 個氣球破掉了，剩下幾個氣球？



答：剩下

個氣球

題目：有 4 個雞蛋，用掉 3 個雞蛋，剩下幾個雞蛋？



答：剩下

個雞蛋

學習單 3

◎將貼紙撕起來貼到另一邊，數一數，寫出答案。

題目：盤子裡有 4 個糖果，給妹妹 1 個，盤子裡剩下幾個糖果？



答：剩下

個糖果

題目：哥哥有 6 台汽車，送給弟弟 4 台，哥哥剩下幾台汽車？



答：剩下

台汽車

註：在圖卡背面貼上 N 次貼膠帶，並將圖卡貼於盤子上、哥哥的欄位上。

學習單 4

◎將貼紙撕起來貼到另一邊，數一數，寫出答案。

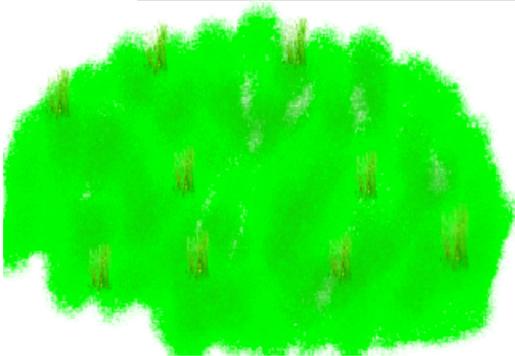
題目：樹上有 5 隻鳥，飛走 2 隻，樹上剩下幾隻鳥？



答：剩下

隻鳥

題目：草地上有 7 隻狗，跑走 5 隻，草地上剩下幾隻狗？



答：剩下

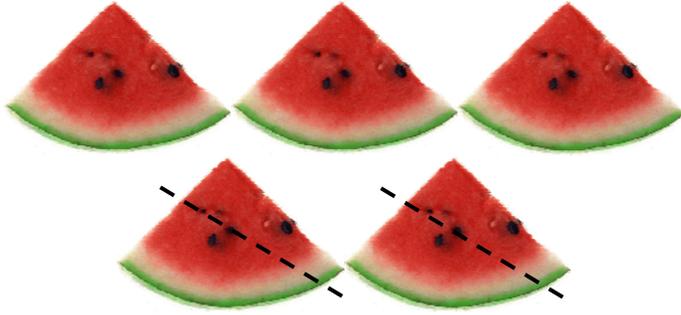
隻狗

註：在圖卡背面貼上 N 次貼膠帶，並將圖卡貼於盤子上、哥哥的欄位上。

學習單 5

◎貼上貼紙完成算式，畫掉圖案數一數，寫出答案。

題目：桌上有 5 片西瓜，吃掉 2 片西瓜，剩下幾片西瓜？

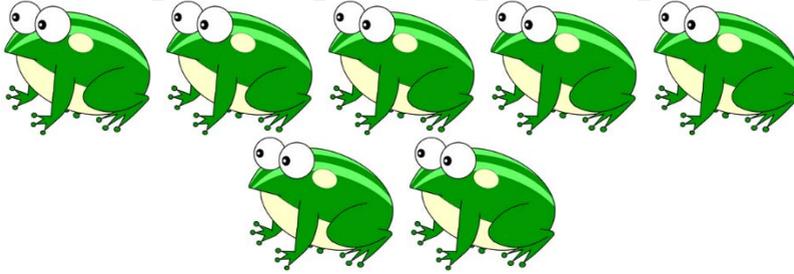


$$5 \bigcirc 2 = \square$$

答：剩下

片西瓜

題目：水池裡有 7 隻青蛙，跳走 5 隻青蛙，剩下幾隻青蛙？



$$7 \bigcirc 5 = \square$$

答：剩下

隻青蛙

註：在圓形標籤貼紙上寫上減法符號，讓學生貼在學習單上。

學習單 6

◎貼上貼紙完成算式，畫掉圖案數一數，寫出答案。

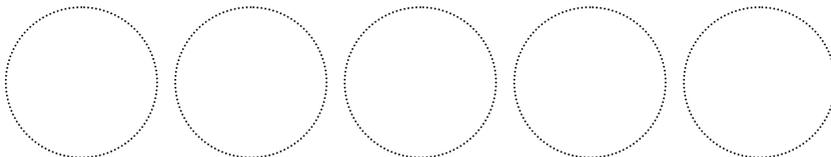
題目：樹葉上有 5 隻瓢蟲，飛走 2 隻，剩下幾隻瓢蟲？



答：剩下

隻瓢蟲

題目：媽媽買 8 瓶多多，喝掉 5 瓶，剩下幾瓶多多？



答：剩下

瓶多多

註：在圓形標籤貼紙上寫上減法符號、等號和數字，讓學生貼在學習單上。

學生作業【學習單 1】

◎數一數，寫出答案。

題目：有 3 個布丁，吃掉 1 個布丁，剩下幾個布丁？



答：剩下 個布丁

題目：有 5 個布丁，吃掉 2 個布丁，剩下幾個布丁？



答：剩下 個布丁

題目：有 6 個布丁，吃掉 4 個布丁，剩下幾個布丁？



答：剩下 個布丁

學生作業【學習單 2】

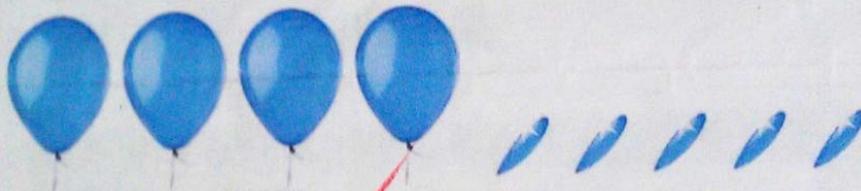
◎數一數，寫出答案。

題目：有 6 個冰棒，吃掉 1 個冰棒，剩下幾個冰棒？



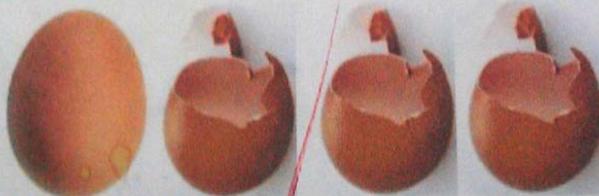
答：剩下 個冰棒

題目：有 9 個氣球，5 個氣球破掉了，剩下幾個氣球？



答：剩下 個氣球

題目：有 4 個雞蛋，用掉 3 個雞蛋，剩下幾個雞蛋？

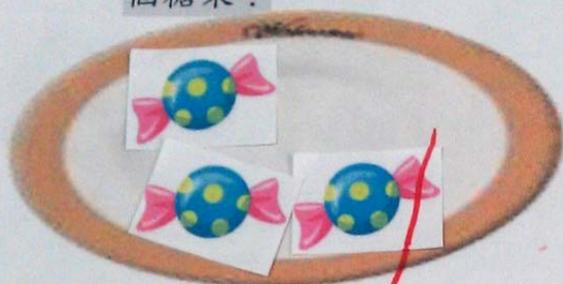


答：剩下 個雞蛋

學生作業【學習單 3】

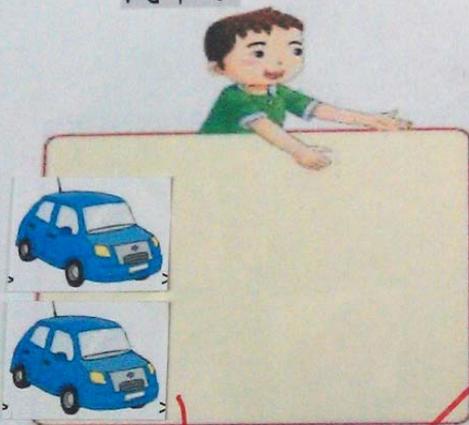
◎將貼紙撕起來貼到另一邊，數一數，寫出答案。

題目：盤子裡有 4 個糖果，給妹妹 1 個，盤子裡剩下幾個糖果？



答：剩下 個糖果

題目：哥哥有 6 台汽車，送給弟弟 4 台，哥哥剩下幾台汽車？



答：剩下 台汽車

學生作業【學習單 5】

◎貼上貼紙完成算式，畫掉圖案數一數，寫出答案。

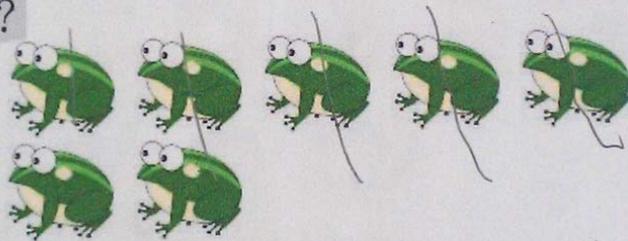
題目：桌上有 5 片西瓜，吃掉 2 片西瓜，剩下幾片西瓜？



$$5 - 2 = \boxed{3}$$

答：剩下 $\boxed{3}$ 片西瓜

題目：水池裡有 7 隻青蛙，跳走 5 隻青蛙，剩下幾隻青蛙？



$$7 - 5 = \boxed{2}$$

答：剩下 $\boxed{2}$ 隻青蛙

學生作業【學習單 6】

◎貼上貼紙完成算式，數一數再寫出答案。

題目：盤子裡有 5 個冰淇淋，**吃掉** 3 個，剩下幾個冰淇淋？



$5 - 3 = 2$

答：剩下 個冰淇淋

Handwritten notes on the right: 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100.

題目：盤子裡有 5 個冰淇淋，媽媽**又買了** 3 個，總共有幾個冰淇淋？



$5 + 3 = 8$

答：總共有 個冰淇淋

第八章

替換式數學對國中特教 班智能障礙學生 100 以 內之數列(錢幣點數)之應 用

石麗馨

一、教學單元目標

※教學內容:100 以內的數列(10 個一數、5 個一數)

新課綱九年一貫目標(調整後目標):

8-n-04-02 能從日常生活中辨識等差數列關係

8-n-05-03 能運用等差數列關係解決生活中的金錢問題

※教學說明

- 1.利用加法的方式得知總錢數在 100 元以內,10 元硬幣的點數規則性,並點數出正確的錢數。
- 2.先點數完 10 元的錢幣,再加入 5 元錢幣的點數,以加法推知點數 5 元錢幣的規律性,正確數出總錢數 100 元以內的錢幣。

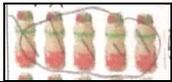
二、教學設計

主題	數列的應用	教學時間	120 分鐘
設計理念	透過生活上(購物、金錢)的情境了解數列的概念 能以數列概念點數物品、金錢		
教學設計者	石麗馨	教學年級	國中三年級
領域類別	數學	教學資源	教學 ppt、數棒、錢幣、 替換式數學學習單
節數	教學活動		
教學目標	1-1 能以 10 個一數點數完物品總數 1-2 能以 5 個一數數出總數量 1-3 能以 10 個一數點數完物品後，以順數方式，點數出總量 1-4 能以 10 個一數和 5 個一數方式點數總數量 2-1 能以 10 個一數及 5 個一數點數錢數 2-2 能以 5 個一數的方式點數出正確錢數 2-3 能數一數棒方塊數目兌換 10 元和 1 元。 2-4 能在文字題中，按照圖示的輔助點數出答案		
能力指標	8-n-04-02 能從日常生活中辨識等差數列關係 8-n-05-01 能運用加減法覺察等差數列的規則性 8-n-05-03 能運用等差數列關係解決生活中的金錢問題		
學生先備經驗	1.能做 1000 以內順數 2.能唱數 5 個一數、10 個一數至 100 3.能做 10 和 1 個一數的混合點數		

- 教 學 設 計 內 容 -				
教學目標	教學活動	時間	教學資源	評量方式
	~ 第一節開始 ~			
	一、引起動機 1.播放教學 ppt。以”和家人到大賣場購物”為主題。 2.請學生說出相關購物經驗，並說明買了哪些東西。 3.請學生點數一排物品、兩排物品有幾個。	5	教學 ppt	連續達對兩題
	二、發展活動 1.師舉例說明賣場或商店中有哪些東西會被分裝成一排、一盒、一包(例如:一排飲料裝有 10 瓶),請學生點數 ppt 呈現的物品總數。			

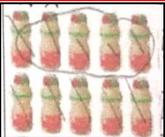
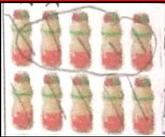
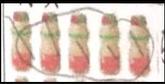
(續下頁)

(接上頁)

教學目標	教學活動	時間	教學資源	評量方式
1-1	<p>a.在一排飲料(10罐)中，點數出飲料的正確數量。</p> <p>b.在兩排飲料(20罐)中，點數出飲料的正確數量。</p> <p>b.在三排飲料(30罐)中，點數出飲料的正確數量。</p> <p>2.點數完後2排物品後，再點數一次，遇到10的倍數點滑鼠一下，推算可用10、20的方法點數物品。</p> <p>3.指出電腦ppt上紅色作記號的數字，是剛才數過的數字。</p> <p>4.師：一排養樂多有幾瓶 生：10瓶 師：兩排養樂多有幾瓶 生：20瓶 師：剛才我們算完，電腦上的數字是10、20瓶，我們可以用10個一數東西比較快。 師：阿星又買了一排養樂多，現在有幾瓶? 你可以數數看 生：21.22.23.24.25.26.27.28.29.30. 師：我們剛剛用了10個一數來數東西，請你用10個一數來數數看阿星買幾瓶養樂多? 生：10、20、30</p>	5		連續答對三題
1-3	<p>※給予類題在電腦點數</p> <p>5.呈現替換式數學單(1)，請學生完成第一排。</p> <p>6.以相同方式，每次加入5罐養樂多，先點數10瓶部分，</p>  <p>再點數5瓶部分</p> 	5	學習單 教學 ppt	三題答對兩題 連續答對三題

(續下頁)

(接上頁)

教學目標	教學活動	時間	教學資源	評量方式
1-3	<p>7.如果多買5瓶，總共有幾瓶？ 布題：</p>    <p>點數完後在後面寫上 25 的記號</p> <p>8.如果再多買5瓶，總共有幾瓶？ 布題：</p>     <p>點數完後在後面寫上 30</p> <p>9.重新點數一次，再顯示 25、30 的記號。</p>       <p>10.再多一排有幾瓶，使用同樣方式 先以順序方式點數一次，再使用 5 個一數點數。</p> <p>11.完成替換式數學學習單(2)。 ~ 第一節.結束 ~</p>	5	學習單	能點數出 能點數出 看提示點數用 五個一數來點 數 連續答對 3 題

教學目標	教學活動	時間	教學資源	評量方式
	<p style="text-align: center;">~ 第二節開始 ~</p> <p>一、引起動機</p> <p>延續上次上課內容的主題，復習點數物品的方法，將具體物點數換成數棒來點數。並請學生依照之前在 7-11 的購物經驗，將數棒命名為(巧克力、口香糖、軟糖)可以變成一排或一條的物品，並點數數棒中方塊數量。</p> <p>在 7-11 中要請學生買口香糖，並點數出數量。</p>			用點數方式答對兩題
1-4	<p>二、發展活動</p> <p>1.以 10 個一數點數方式算出數棒中方塊的數量。</p> <p>以操作數棒方式，完成 50 以內的點數在學習單上點數出數棒方塊的總數量，完成學習單 2 中的第一排題目(垂替改變 3)。</p> <p>2.以 10、5 個一數點數數棒中方塊的數量，完成垂替改變 4(1~4 題)。</p> <p>(1)點數完一個 10 的數棒後，將 5 個方塊圈起來，請學生依順序點數 20.21.22.23.24.25。</p> <p>(2)將垂替改變 4 的 2、3、4 題中的題目以 10 個一數和 5 個一數方式混合點數完成。</p> <p>3.帶入購物情境，用一元可以買一個巧克力(方塊)，在數棒圖卡中操作，以錢幣兌換數棒(要買的巧克力數量)。</p> <p>例如:</p> <p>10 元 </p> <p>5 元 </p> <p>4.依給定的任務兌換需要拿多少錢買巧克力。</p>		<p>數棒</p> <p>學習單 1</p>	<p>連續答對三題</p> <p>連續答對三題</p> <p>兌換後能正確點數出</p>
1-4	<p>三、綜合活動</p> <p>5.算出學習單上數棒方塊的數量，並兌換成錢幣，以操作方式完成垂替改變 4 (5~8 題)。</p> <p>6.複習今天所教的概念</p> <p style="text-align: center;">~ 第二節.結束 ~</p>		學習單 1	連續答對三題

教學目標	教學活動	時間	教學資源	評量方式
1-4	<p>~ 第三節.開始~</p> <p>一、引起動機</p> <p>超級大買家:購物小幫手,看早餐店價目表挑選自己想要的早餐,拿出價目表上對應的錢數。(早餐店價目表錢數選擇可以用10個一數、5個一數的餐點)</p> <p>1.將自己的錢包拿出,(裡面的錢數為10元和1元硬幣),請學生點數出正確的錢幣數量。</p> <p>2.複習將1元的部分兌換成5元錢幣。</p>		早餐店價目表	能正確點數出
2-3	<p>二、發展活動</p> <p>1.練習學習單3(垂替改變1)元,將5個一元兌換成5元,進行5元的點數。</p> <p>2.由學習單圖示提示,5個一元可兌換五元。</p> <p>3.示範1、2題,請學生完成第3、4題部分,將5個一元圈出來。</p> <p>4.示範垂替改變2的第1題,請學生完成2~4題的五元錢幣點數。</p> <p>5.點數給定的錢數(數10元和5元),並完成。</p> <p>6.示範: 示範垂替改變3的題目,已知錢包中有10元後,再放入5元的點數,先使用操作方式,將5元放入錢包,點數錢包內的總錢數。</p> <p>7.示範: 示範垂替改變4的第1題,請學生唸出題目,並依照圖示數出正確答案。</p>		學習單3	能答對3題
2-4	<p>8.算出學習單上的應用問題,並點數正確錢數。</p>		學習單3	能答對2題 能連續答對3題 能連續答對2題 能連續答對2題
	<p>三、綜合活動</p> <p>複習今天教過的概念,並給予相似例題挑戰闖關。</p> <p>~ 第三節.結束~</p>			能連續答對三題

學生在原來的學習單元(數列的練習)，100 以內等差數列的題目，直接呈現在學生的面前是較抽象的，曾運用加法的方式引導學生推算規則，但因類化能力的限制，在題目的作答及應用上也產生困難。而學生的生活經驗中，因學生有買早餐到外面點餐的生活經驗，於是將數列與錢幣及其生活經驗做結合，增加在生活中應用數學的能力。

※依照上述的設計理念，而將以下的課程內容分為：

具體物點數	(在生活中較常見的具體物，出現一包或一條，可用等差數列點數的情境)
半具體物點數	從具體物過渡至半具體物-數棒。 從點數數棒的過程中，並利用數棒中 1 個方塊對換 1 元錢幣方式，進一步點數較為抽象的錢幣。
錢幣的點數	將數棒方塊放在替換式數學學習單旁邊對照，使用 10 個一數和 5 個一數混合點數 100 元之內的錢幣，同時應用等差數列。 習得錢幣點數後，以圖示做為輔助，進一步解決在生活中的應用問題。

◎教材及教學調整:

運用具體到抽象的教學材料調整方式，以替換式數學的架構逐步做題目的簡化調整，做教學和題目的工作分析，配合學生特質在難度逐步增加和足夠、反覆的練習機會中，習得點數物品、錢幣的規則。以下依垂替改變介紹教學上的調整與步驟：

學習單 1	由 1 的點數概念(圖像化)轉換成 10 個，再加入 5 個一數的概念進行生活中分裝成袋或成排的物品點數。
學習單 2	由圖像化的點數過渡至半具體物-數棒的點數，點數數棒後，使用錢幣來兌換數棒，1 元換一個方塊的方式轉換至錢幣概念。
學習單 3	接續上次具體化(物品)/半具體圖像(數棒)轉換成抽象化錢幣點數，由錢幣的兌換點數轉換成生活應用題的敘述表徵。

◎學生表現:

1. 一開始不了解 10 個一數點數的意思

學生雖然能將之前 10 個一數與 5 個一數背得很熟，但在點數上會出現數 1 瓶養樂多時，會數 10.20.30.40.50.60...100 的情形。



做為教學上的改變與調整，將一排 10 圈起來後，再請學生作記號，配合百數表或加法概念，但為避免一次呈現學習內容過多，最後沒有放入加法做為理解的概念。

2. 可由逐步的垂替改變完成數學問題

學生做完替換式數學的學習單後，發現有些部分在理解上是稍微慢、困難的，第一堂課後即再改變難度及呈現方式，將 5 個一數的物品圈起來，在後面放上數字記號等。

3. 增加學習信心

利用替換式數學的學習單設計，能因應學生個別的差異與特質，做不同垂替改變，此單元內容的學習單由具體到抽象，反覆練習概念，在教學過程中，原本對數學較感困難的學生因為題目被切割的步驟較細以後，對於習寫題目產生較多成就感，配合社會性增強或其他增強制度，對類化有限制的學生來說，效果是不錯的。

學生對於題目呈現的方式，經過具體物的操作配合 10、5 個一數、加法的背景知識，可以理解題意的，教學過程中更發現，孩子在逐步解題的過程中正確率提高了，因平常對學習數學科較缺乏信心的他而言，是非常有成就感的，也看到學生臉上的笑容，事後學生也表示教學內容對他而言不會太難理解，也很期待老師之後的教學內容。而替換式數學對於特教學生概念的習得和生活上的類化，經過調整後是有幫助的。



五、教學省思

◎具體化呈現:

替換式數學的練習單中，經逐步練習能增加成功經驗，在教學過程中的布題，在往後的教學中，需再配合百數表或表格及視覺上的提示，減少概念上的混淆，配合學生特質，也需考慮學習內容是否過多或過於簡單。學生的特質為需要一題一題慢慢練習，故沒有跳過基本的題目。

◎操作內容的調整:

在點數數棒、物品和錢幣時，因為一次出現的刺激物太多，在教具呈現、配置的考量上還需再進一步的做規畫。避免呈現的焦點太多，造成學生混淆。原本使用實物及圖片方式操作點數，後來改成使用電腦教學 ppt，能增進學升學習動機，在電腦上的視覺提示對學生較有幫助，學生在操作電腦上需要部分協助，但教學效果良好。

◎學習單的調整:

在教學過程中發現，學生一開始練習學習單題目時還是需要教師的引導，在題目上若給予更適切安排的視覺提示，教師在說明題目及教學時，學生才能更清楚理解題意。

◎對於數列點數上產生混淆:

上段提及學生易將一個單位的物品點數 10. 20. 30...100，本來是 10 的物品變成 100 個，對於教學上的調整部分，最後將 10 個一排的物品後面寫上 ⑩ 的記號，也可建立之後從具體物品兌換成抽象錢幣的概念。



請學生在點數時，每次點數時用手指劃過一整排的物品，請學生說出這一整排物品的數量是多少個，以做為概念上的澄清。

六、替換式數學單

替換式數學-教學設計結構表-石麗馨

題目/主題：用五個一數的方式點數錢幣

能力指標：

8-n-04-02 能從日常生活中辨識等差數列關係

8-n-05-01 能運用加減法覺察等差數列的規則性

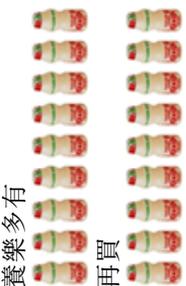
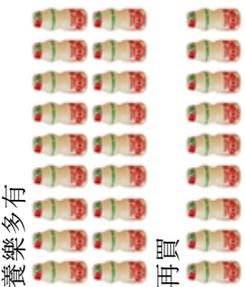
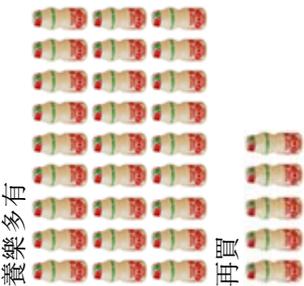
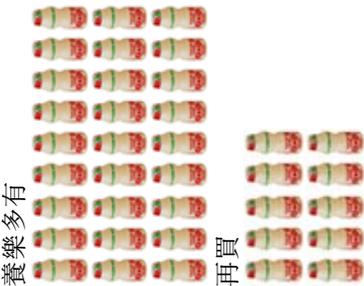
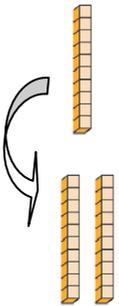
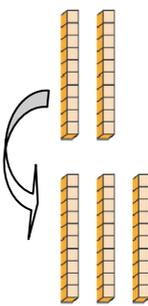
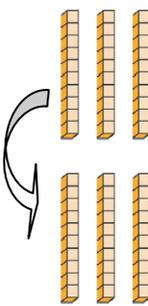
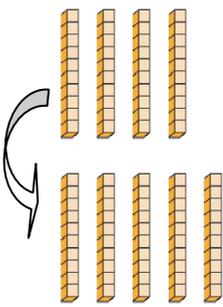
8-n-05-03 能運用等差數列關係解決生活中的金錢問題

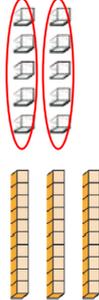
教學重點或方式：由 1 的點數概念(圖像化)轉換成 5 個一數的點數，再加入應用題文字敘述。



原題目：欣欣有多少錢？

<p>垂替改變 1： 將錢幣換成 具體物點數</p>	<p>阿欣有()瓶養樂多? </p>	<p>阿欣有()瓶養樂多? </p>	<p>阿欣有()瓶養樂多? </p>	<p>阿欣有()瓶養樂多? </p>
------------------------------------	---	---	---	---

<p>垂替改變 2: 將錢幣換成 具體物點數 後，在加入 五個一數具 體物的點數</p>	<p>養樂多有 再買</p> 	<p>養樂多有 再買</p> 	<p>養樂多有 再買</p> 	<p>養樂多有 再買</p> 	<p>垂替改變 3: 將具體物換 成數棒點數 (10 個一數)</p>	<p>有 2 個十，再放 1 個十</p> 	<p>有 3 個十，再放 2 個十</p> 	<p>有 3 個十，再放 3 個十</p> 	<p>有 5 個十，再放 4 個十</p> 	<p>阿欣有()瓶? 阿欣有()瓶? 阿欣有()瓶? 阿欣有()瓶?</p>	<p>是() 是() 是() 是()</p>
--	--	--	--	--	---	---	--	---	--	--	--

<p>垂替改變 4: 將具體物換成數棒點數 (10 個一數和 5 個一數點數)</p>	<p>有 2 個十, 再放()  是()</p>	<p>有 2 個十, 再放()  是()</p>	<p>有 2 個十, 再放()  是()</p>	<p>有 2 個十, 再放()  是()</p>
<p>垂替改變 5: 將數棒換成錢幣點數 (10 個一數和 5 個一數點數)</p>	<p>有 3 個十, 再放()  是()</p>	<p>有 3 個十, 再放()  是()</p>	<p>有 4 個十, 再放()  是()</p>	<p>有 4 個十, 再放()  是()</p>

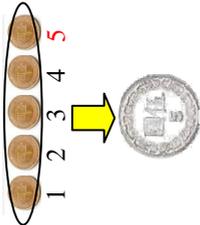
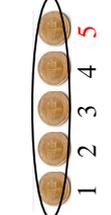
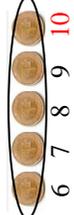
替換式數學-教學設計結構表-石麗馨

題目/主題：用五個一數的方式點數錢幣

能力指標：8-n-05-03 能運用等差數列關係解決生活中的金錢問題

教學重點或方式：由 1 的點數概念(圖像化)轉換成 5 個一數的點數，再加入應用題文字敘述。

原題目：阿欣的撲滿有 75 元，第一天存了 5 元，第二天存了 5 元，第三天存了 5 元，小英存了()元

<p>垂替改變 1： 將 1 元換成 5 元</p> 	 	 	     	   
<p>垂替改變 2： 用五個一數數錢</p> 		 	 	 

<p>垂替改變 3： 知道總錢數 再用五個一 數點數錢幣</p>	 <p>↑ 10 元</p>	 <p>↑ 20 元</p>	 <p>↑ 25 元</p>	 <p>↑ 35 元</p>
<p>垂替改變 4： 加入文字和 代號</p>	<p>20 元</p> <p>5 元</p> <p>阿欣有 20 元 第一天 存 5 元 阿欣存了()元</p>	<p>30 元</p> <p>5 元</p> <p>阿欣有 30 元 第一天 存 5 元 阿欣存了()元</p>	<p>55 元</p> <p>5 元</p> <p>阿欣有 55 元 第一天 存 5 元 第二天 存 5 元 第三天 存 5 元 阿欣存了()元</p>	<p>5 元</p> <p>5 元</p> <p>5 元</p> <p>阿欣有 55 元 第一天 存 5 元 第二天 存 5 元 第三天 存 5 元 阿欣存了()元</p>
<p>阿欣有 75 元 第一天 存 5 元 阿欣存了()元</p>	<p>5 元</p> <p>5 元</p> <p>阿欣有 75 元 第一天 存 5 元 阿欣存了()元</p>	<p>5 元</p> <p>5 元</p> <p>阿欣有 75 元 第一天 存 5 元 第二天 存 5 元 第三天 存 5 元 阿欣存了()元</p>	<p>5 元</p> <p>5 元</p> <p>阿欣有 75 元 第一天 存 5 元 第二天 存 5 元 第三天 存 5 元 阿欣存了()元</p>	<p>5 元</p> <p>5 元</p> <p>阿欣有 75 元 第一天 存 5 元 第二天 存 5 元 第三天 存 5 元 阿欣存了()元</p>

第九章

替換式數學對高職智能 障礙學生的數值比較概 念之學習影響

蔡京潔

一、教學單元目標

(一) 1000 以內的數

1. 能認識 100 以內的數及「個位」、「十位」的位名，並進行位值單位的換算。
2. 能說、讀、聽、寫 1000 以內的數，比較其大小，並做位值單位的換算。
3. 能夠利用加法計算。
4. 能利用九九乘法計算。

(二) 運用加法或減法解決比較型問題

1. 能從合成、分解的活動中，理解加減法的意義，使用 $+$ 、 $-$ 、 $=$ 作橫式紀錄與直式紀錄，並解決生活中的問題。
2. 能做一位數的連加、連減與加減混合計算。
3. 能做二位數的連加、連減與加減混合計算。

二、教學說明

1. 利用第一份替換式數學教學單，讓學生先複習 100 以內的數字，利用具體和抽象符號讓學生數數，逐漸把符號增加數目。因此在垂替 1 先利用 10 以內的實體符號（卡通人物圖案）讓學生數數，垂替 2 仍是 10 以內的數數，只是圖案變為抽象符號。基礎數學概念學會了，便進入垂替 3，是 30 以內抽象符號的數數，垂替 4 便把數字增加到 50 以內的數數，垂替 5 便是 100 以內的抽象符號數數。垂替階層三、四、五的符號排列都有規則可數，因此除了讓學生數數之外，會教導學生看出排列規則，讓學生利用九九乘法算出符號數目。

教學單 1 完成之後，便進入第二份教學單，內容為 1000 以內的數，垂替 1 的內容為 20 以內的計數實體符號，由老師示範第一題的數數，接著由學生完成剩下的四題，之後再與學生一起找出答案。垂替 1 完成後，便進入垂替 2，內容為 100 以內的計數抽象符號，學生會基本數數之後，便進入垂替 3，100 以內的計數替代符號，和垂替 4，1000 以內的計數替代符號，替代符號是類似錢幣概念，替代符號代表 1、5、10、50、100、500，學生除了能夠數數，還能使用加法計算出答案，計算程度較不佳的學生，能利用計算機算出正確答案。垂替 5 為 1000 以內的數字聽寫，是由學生上台利用電子白板，書寫出老師所唸出的數字。

2. 1000 以內的數字概念和加法教學過後，利用第三、四份替換式數學教學單教導學生用加減法解決比較型問題，在垂替 1 都會先呈現題目，並搭配上圖案數目，教導學生多、少、高、矮、重、輕的概念，依據題目意思選出正確答案。之後便進入下一個垂替階層，教導學生根據題意，找出兩個選項中誰多誰少，看懂題意後，利用數學公式列出算式，進而學生可以利用加法和減法得到答案。

三、教學設計（教案）

課綱主題	數學	設計日期	102、10
課程名稱	運用加法或減法解決比較型問題		
設計理念	結合直接教學取向和建構教學取向數學教學的優勢，同時降低二種不同教學取向的弱勢，建立一個彈性而有效的教學模式，以提升學生的數學學習品質與成效。		
教學對象	特殊學校高職部一年級學生	人數	6人
先備能力	能數數及使用加法計算		
教學時間	共 100 分鐘		
課程目標		具體目標	
1000 以內的數		1-1 能認識 100 以內的數及「個位」、「十位」的位名，並進行位值單位的換算。 1-2 能說、讀、聽、寫 1000 以內的數，比較其大小，並做位值單位的換算。 1-3 能夠利用加法計算。 1-4 能利用九九乘法計算。	
課前準備	老師	學生	
	1.製作替換式數學教學單 2.準備電子白板設備	先行複習九九乘法表和數數。	
	時間	教學活動內容	教學資源
教學活動內容		【引起動機】 1.預告完成作業單的增強物 2.複習上次所教內容 【發展活動】 1.先介紹此份教學單 2.先從替換式數學教學單 1（100 以內的數）中的垂替改變 1（10 以內的計數實體符號）教導學生，老師示範第一題的數數，接著由學生完成剩下的四題，之後再與學生一起找出答案。 3.垂替改變 1 完成後，便進入垂替改變 2（10 以內的計數抽象符號）、垂替改變 3（30 以內的計數抽象符號）、垂替 4（50 以內的計數）、垂替 5（100 以內的數），由老師各示範第一題的作法，接著由學生完成剩下的各四題，之後再與學生一起找出答案。 4.完成垂替 5 之後，會教導學生利用九九乘法來計算出方格數目。 5.當學生學會 100 以內的數數時，便進入替換式數學教學單 2（1000 以內的數）中的垂替改變 1（20 以內的計數實體符號）教導學生，老師示範第一題的數數，接著由學生完成剩下的四題，之後再與學生一起找出答案。	電腦 電腦 電子白板

（續下頁）

(接上頁)

	時間	教學活動內容	教學資源
教學活動內容		6.垂替改變 1 完成後，便進入垂替改變 2 (100 以內的計數抽象符號)、垂替改變 3 (100 以內的計數替代符號)、垂替 4 (1000 以內的計數替代符號)，由老師各示範第一題的作法，接著由學生完成剩下的各四題，之後再與學生一起找出答案。 7.垂替 5 (1000 以內的數字聽寫)，是由學生上台利用電子白板，書寫出老師所唸出的數字。 【綜合活動】 1.利用學習單以檢視學生習得情形。 2.給予表現好的學生增強物及口頭讚美。	
評量		從替換式數學教學單 1、2 各選取 10 題，給予學生施測	

課綱主題	數學	設計日期	102、10
課程名稱	運用加法或減法解決比較型問題		
設計理念	結合直接教學取向和建構教學取向數學教學的優勢，同時降低二種不同教學取向的弱勢，建立一個彈性而有效的教學模式，以提升學生的數學學習品質與成效。		
教學對象	特殊學校高職部一年級學生	人數	6 人
先備能力	能數數及認識 +、-、= 符號		
教學時間	共 150 分鐘		
課程目標	具體目標		
運用加法或減法解決比較型問題	1-1 能從合成、分解的活動中，理解加減法的意義，使用 +、-、= 作橫式紀錄與直式紀錄，並解決生活中的問題。 1-2 能做一位數的連加、連減與加減混合計算。 1-3 能做二位數的連加、連減與加減混合計算。		
課前準備	老師	學生	
	1.製作替換式數學教學單 2.準備電子白板設備	已先了解數字之間的關係。	
	時間	教學活動內容	教學資源
教學活動內容		【引起動機】 1.預告完成作業單的增強物 2.複習上次所教內容 【發展活動】 1.先介紹此份教學單 2.先從替換式數學教學單 3 (運用加法或減法解決比較型問題) 中的垂替改變 1 (只比較誰多誰少) 教導學生，老師示範第一題及第二題的解法，接著由學生完成剩下的三題，之後與學生一起找出答案。	電腦 電腦 電子白板

(續下頁)

(接上頁)

	時間	教學活動內容	教學資源
教學活動內容		3.垂替改變 1 完成後，便進入垂替改變 2 (A 比 B 多，求 A，僅列式)、垂替改變 3 (A 比 B 多，求 A-加)、垂替 4 (多多少?-多減少)、垂替 5 (A 比 B 多，求 B-多減少)，由老師各示範第一、二題的作法，接著由學生完成剩下的各三題，之後再與學生一起找出答案。 4.針對學生較易錯的題目，再做一次講解。 5.進入替換式數學教學單 4，(加減應用)中的垂替改變 1 (比多少、比大小) 教導學生，老師示範第一、二題的解法，接著由學生完成剩下的三題，之後再與學生一起找出答案。 6、垂替改變 1 完成後，便進入垂替改變 2 (多幾個、少幾個)、垂替改變 3 (較多型)、垂替 4 (較少型)、垂替 5 (A 比 B 多，求 B-多減少)，由老師各示範第一、二題的作法，接著由學生完成剩下的各三題，之後再與學生一起找出答案。 7.針對學生較易錯的題目，再做一次講解。 【綜合活動】 1、利用學習單以檢視學生習得情形。 2、給予表現好的學生增強物及口頭讚美。	
評量		從替換式數學教學單 3、4 各選取 10 題，給予學生施測	
參考資料			

四、教師教學與學生表現

班上學生程度呈現兩極化，因此把數學課拉至電腦教室上課，先把低程度的學生安置好，利用電腦及電子白板來當教學媒介，先一次呈現所有題目並介紹給學生，但由於學生已經高職一年級，並未一個題目呈現一張投影片，而是把題目放大利用電子白板筆在上面書寫教導學生。

學生看到教學單的第一眼，都會說題目很多，但一個階層教一個例題，之後請學生試做其他題目，學生很投入在學習，一次同個概念，複習不同題目五次，學生的學習效果很好。

上課的六位學生中，我又把它們分為兩組，分為高組和低組，高組的學生答對率位於 90 至 100，低組的學生專心度較不佳，理解力也較差，因此答對率位於 60 至 70，但學生的學習意願是正向且積極的。

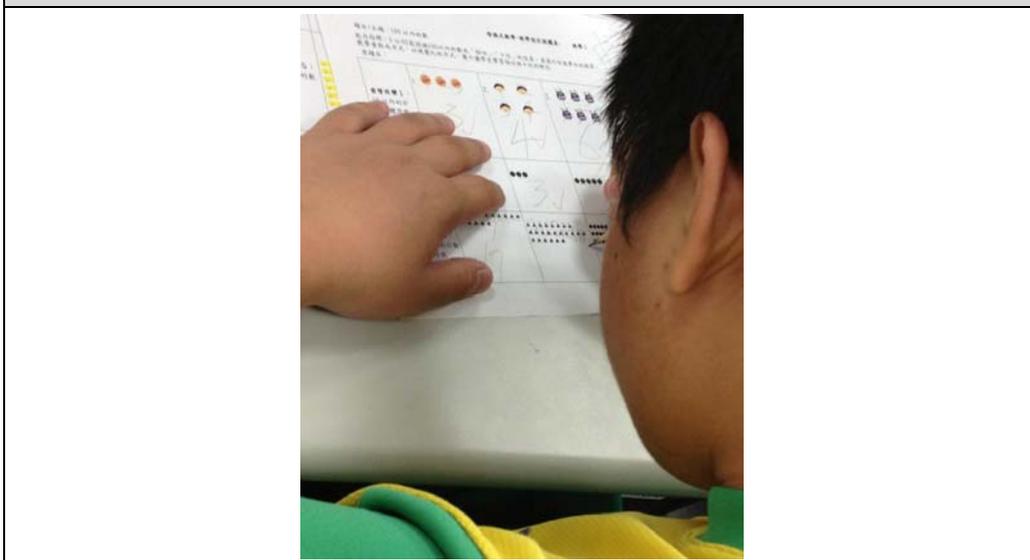
經過此方法的教學，在數字的概念方面，學生是表現較好的。多與少的概念，學生也能分辨得出來，但在教導利用加法和減法來算出比較型問

題，得先明確跟學生說，「較多型」的問題得用加法求得答案，「較少型」的問題是用減法求得答案，這樣一來，同一階層是相同概概念，學生就能解題。但如果把不同題型擺在一起，並未跟學生說這題目是屬於較多型或較少型的題目，學生就無法解出答案。

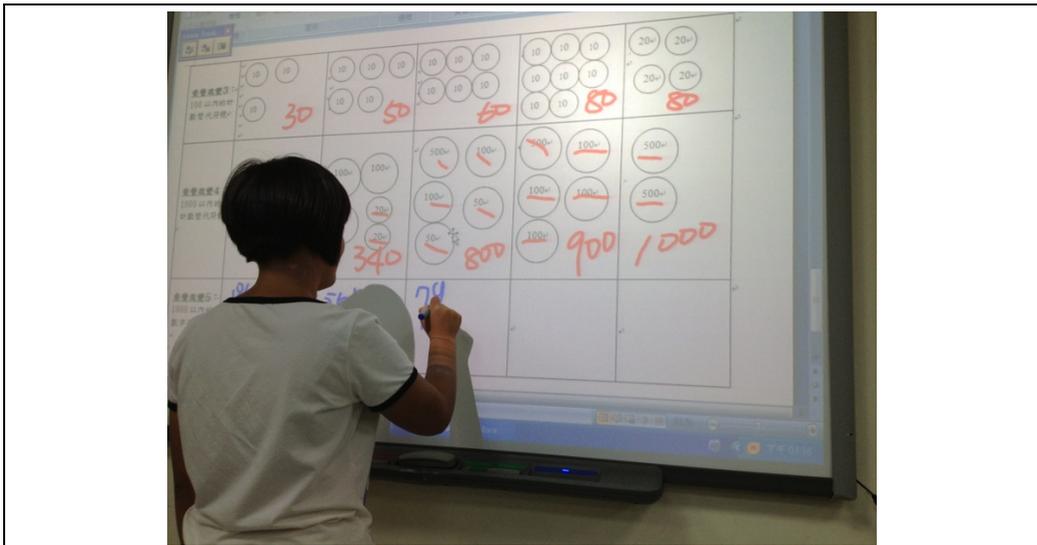
解題過程中，一旦得用到進位加法時，學生需要較多的時間來運算，且信心較不夠，如果是使用計算機來輔助計算，學生的題項答對率相對提升，所需的計算時間也減少許多。



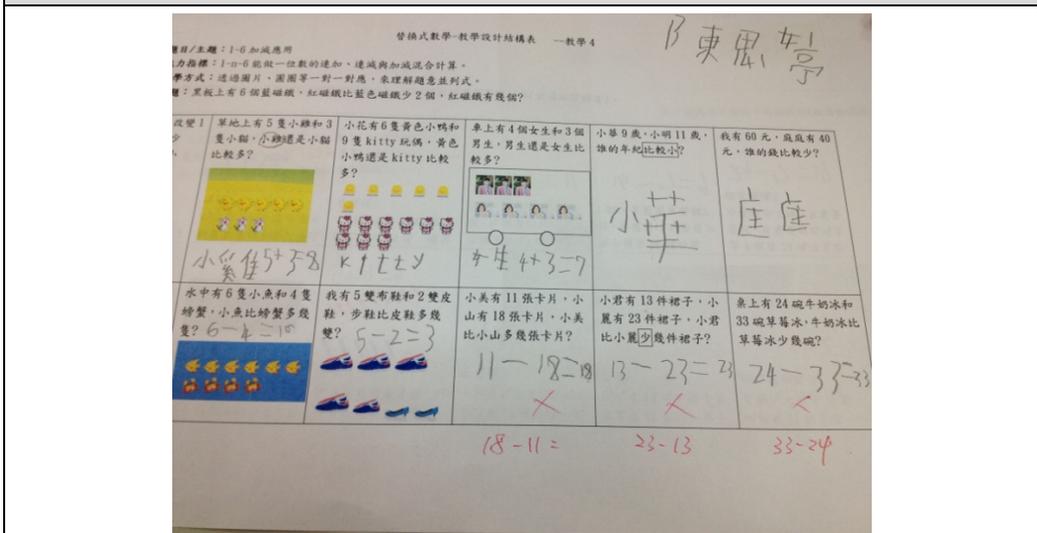
替換式數學教學單 1



自閉症學生在解題



學生聽寫 1000 以內的數字



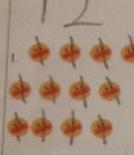
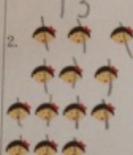
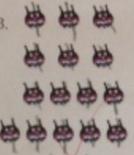
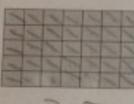
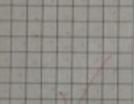
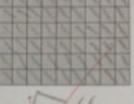
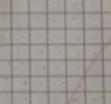
無法正確列出算式

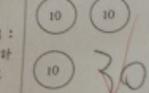
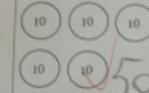
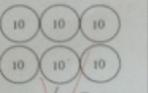
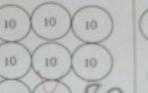
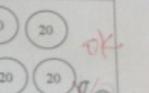
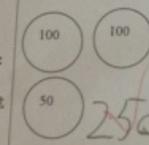
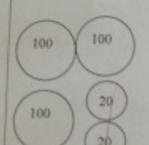
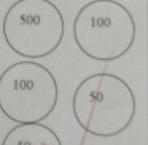
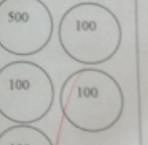
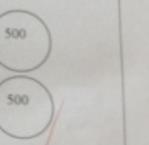
替換式數學-教學設計結構表- 教學 2

題目/主題: 1000 以內的數

能力指標: N-1-01 能說、讀、聽、寫 1000 以內的數, 比較其大小, 並做位值單位的換算。
教學重點或方式: 以視覺化的方式, 圖示讓學生學習十位和百位的概念

原題目:

替換改變 1: 20 以內的計數實體符號	1.  12	2.  13	3.  18	4.  26	5.  28
替換改變 2: 100 以內的計數抽象符號	 35	 70	 81	 54	 56

替換改變 3: 100 以內的計數替代符號	 30	 50	 80	 80	OK  80
替換改變 4: 1000 以內的計數替代符號	 250	 340	 800	 900	 1000
替換改變 5: 1000 以內的數字聽寫	396	584	972	498	666

高組學生在教學單上的表現情形

五、教學省思

替換式數學的垂替概念教法，對於智能障礙學生的學習是有其效果，但在編製題目時，需要花費較多腦力和時間。因為在編製的過程，總會質疑設計的佈題是否屬於相同階層的概念，會不會不夠周延，而沒有考量到學生剛好缺乏的數學能力。

由於使用替換式數學教學來教導我的學生，學生顯示對數學學習的意願提高，同時能配合他們生活及能力所需，所以日後的數學教學仍會繼續使用替換式數學來教導學生，內容會以錢幣的認識和加、減法為主，希望可以讓學生的學習效果有加乘效果。

透過日後持續的教學，期許自己摸索出有所不同的方式來使用替換式數學教學單。

六、替換式數學單

替換式數學-教學設計結構表-教學 1

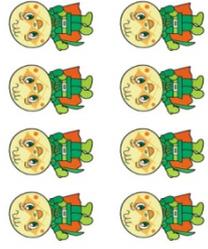
設計者：蔡京潔

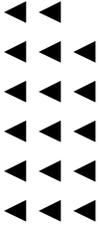
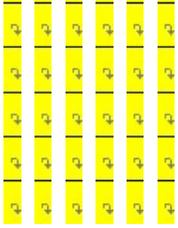
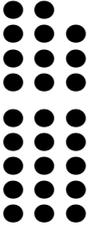
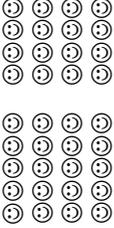
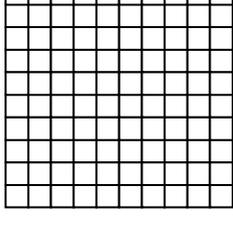
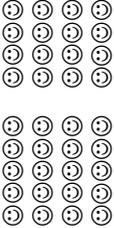
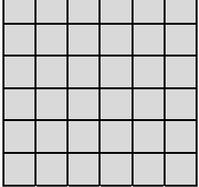
題目/主題：100 以內的數

能力指標：1-n-01 能認識 100 以內的數及「個位」、「十位」的位名，並進行位值單位的換算。

教學重點或方式：以視覺化的方式，圖示讓學生學習個位與十位的概念

原題目：

垂替改變 1： 10 以內的計數 實體符號					
垂替改變 2： 10 以內的計數 抽象符號					

<p>垂替改變 3 : 30 以內的計數 抽象符號</p>			
<p>垂替改變 4 : 50 以內的計數</p>			
<p>垂替改變 5 : 100 以內的數</p>			

替換式數學-教學設計結構表-教學 2

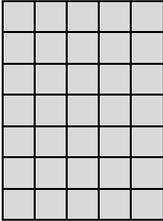
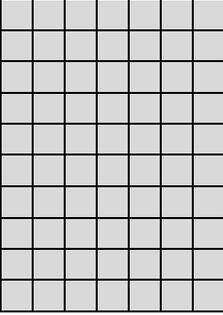
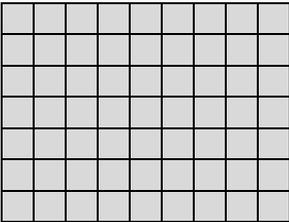
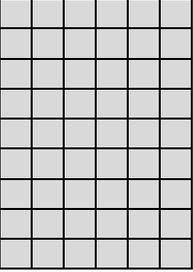
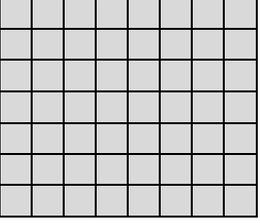
設計者：蔡京潔

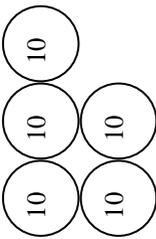
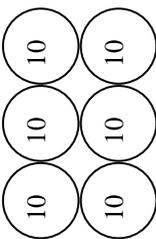
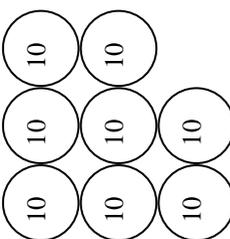
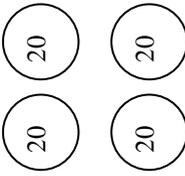
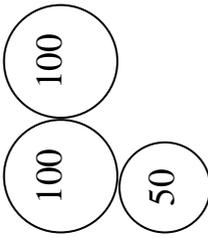
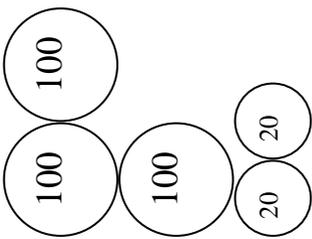
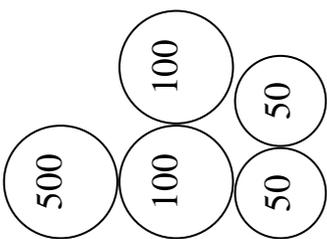
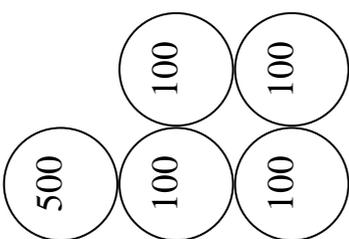
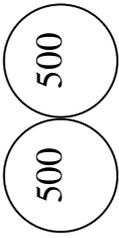
題目/主題：1000 以內的數

能力指標：1-n-01 能說、讀、聽、寫 1000 以內的數，比較其大小，並做位值單位的換算。

教學重點或方式：以視覺化的方式，圖示讓學生學習十位和百位的概念

原題目：

垂替改變 1： 20 以內的計數實體符號						垂替改變 2： 100 以內的計數抽象符號					
----------------------------	---	---	--	---	---	-----------------------------	--	--	---	--	--

垂替改變 3 : 100 以內的計 數替代符號					
垂替改變 4 : 1000 以內的計 數替代符號					
垂替改變 5 : 1000 以內的數 字聽寫					

替換式數學-教學設計結構表-教學 3

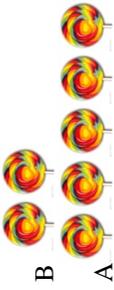
設計者：蔡京潔

題目/主題：運用加法或減法解決比較型問題

能力指標：1-n-04 能從合成、分解的活動中，理解加減法的意義，使用 +、-、= 作橫式紀錄與直式紀錄，並解決生活中的問題。

教學重點或方式：透過關鍵字「比」、「多/少/高/矮…」理解題意，進行邏輯推理，進而列出加法或減法算式。

原題目：B 有 2 元，A 比 B 多 5 元，A 有幾元？

垂替改變 1： 只比較誰多誰少	B 有 2 根棒棒糖，A 有 5 根棒棒糖，誰有比較多根？ 	B 有 4 塊蛋糕，A 有 6 塊蛋糕，誰比較多？ 	貴賓狗重 4 公斤，吉娃娃重 7 公斤，誰比較輕？	鉛筆的長度是 13 公分，彩色筆的長度是 8 公分，誰的長度較短？
垂替改變 2： A 比 B 多，求 A (加) 僅列式	小明有 2 元，小花比小明多 5 元，小花有幾元？	彩色筆有 5 公分高，鉛筆比彩色筆高 3 公分，鉛筆有多高？	B 重 4 公斤，A 比 B 重 7 公斤，A 有幾公斤重？	B 的面積是 7 平方公分，A 比 B 大 8 平方公分，A 的面積是多少？
垂替改變 3： A 比 B 多，求 A (加)	B 有 5 元，A 比 B 多 8 元，A 有幾元？	B 有 10 公分高，A 比 B 高 4 公分，A 有多高？	B 重 9 公斤，A 比 B 重 7 公斤，A 有幾公斤重？	B 的面積是 8 平方公分，A 比 B 大 6 平方公分，A 的面積是多少？

垂替改變 4: 多多少?(多 減少)	小明有 5 元, 小華有 3 元, 小明比小華多幾元?  小明 小華	A 是 1 5 公分, B 是 9 公分, A 比 B 長幾公分? A <u>15</u> 公分 B <u>9</u> 公分	A 是 2 1 公斤, B 是 3 0 公 斤, B 比 A 重幾公斤?	A 是 1 8 平方公分, B 是 2 2 5 平方公分, B 比 A 大幾平方 公分?
垂替改變 5: A 比 B 多, 求 B(多減少)	餅乾是 12 元, 餅乾比糖果多 5 元, 糖果是幾元?	蛋糕是 20 元, 蛋糕比麵包貴 8 元, 麵包是多少錢?	巧虎重 25 公斤, 巧虎比小花 重 7 公斤, 小花有幾公斤重?	A 的面積是 36 平方公分, A 比 B 大 17 平方公分, B 的面 積是多少?

註：橫向題目為水平替換設計(概念相同題目)。縱向題目為垂直替換設計(新增概念題目)

替換式數學-教學設計結構表-教學 4

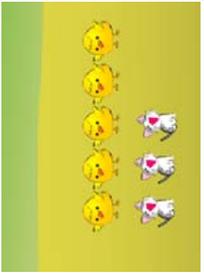
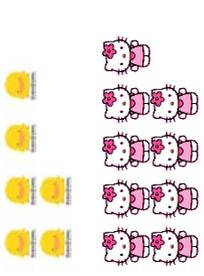
教學者：蔡京潔

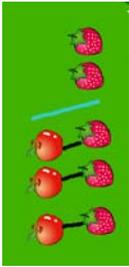
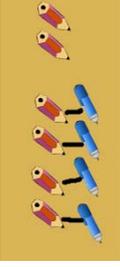
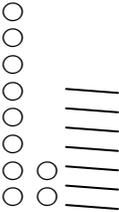
題目/主題：1-6 加減應用

能力指標：1-n-6 能做一位數的連加、連減與加減混合計算。

教學方式：透過圖片、圓圈等一對一對應，來理解題意並列式。

原題：黑板上有 6 個藍磁鐵，紅磁鐵比藍色磁鐵少 2 個，紅磁鐵有幾個？

<p>垂替改變 1 比多少 比大小</p>	<p>草地上有 5 隻小雞和 3 隻小貓，小雞還是小貓比較多？</p> 	<p>小花有 6 隻黃色小鴨和 9 隻 kitty 玩偶，黃色小鴨還是 kitty 比較多？</p> 	<p>車上有 4 個女生和 3 個男生，男生還是女生比較多？</p> 	<p>小華 9 歲，小明 11 歲，誰的年紀比較小？</p>	<p>我有 60 元，庭庭有 40 元，誰的錢比較少？</p>
<p>垂替改變 2 多幾個、少幾個</p>	<p>水中有 6 隻小魚和 4 隻螃蟹，小魚比螃蟹多幾隻？</p> 	<p>我有 5 雙布鞋和 2 雙皮鞋，步鞋比皮鞋多幾雙？</p> 	<p>小美有 11 張卡片，小山有 18 張卡片，小美比小山多幾張卡片？</p>	<p>小君有 13 件裙子，小麗有 23 件裙子，小君比小麗少幾件裙子？</p>	<p>桌上有 24 碗牛奶冰和 33 碗草莓冰，牛奶冰比草莓冰少幾碗？</p>

<p>垂替改變 3 較多型</p>	<p>袋子裡有 3 顆蘋果，草莓比蘋果多 2 顆，草莓有幾顆？</p> 	<p>鉛筆盒裡有 5 枝藍筆，紅筆比藍筆多 4 枝，紅筆有幾枝？</p> 	<p>桌上有 13 枝湯匙，叉子比湯匙多 8 枝，叉子有幾枝？</p>	<p>桌上有 19 個碗，盤子比碗多 13 個，盤子有幾個？</p>	<p>碗裡有 21 顆芋圓，地瓜圓比芋圓多 12 顆，地瓜圓有幾顆？</p>
<p>垂替改變 4 較少型</p>	<p>鉛筆有 6 枝，原子筆比鉛筆少 2 枝，原子筆有幾枝？</p> 	<p>彩色筆有 10 枝，蠟筆比彩色筆少 3 枝，蠟筆有幾枝？</p> 	<p>黑板上有 13 個藍磁鐵，紅磁鐵比藍磁鐵少 2 個，紅磁鐵有幾個？</p>	<p>盤子裡有 16 顆白葡萄，紫葡萄比白葡萄少 7 顆，紫葡萄有幾顆？</p>	<p>盒子裡有 24 塊巧克力蛋糕，草莓蛋糕比巧克力蛋糕少 7 塊，草莓蛋糕有幾塊？</p>

註：橫向題目為水平替換設計(概念相同題目)。縱向題目為垂直替換設計(新增概念題目)。

第十章

替換式數學教學學習單

參考範例

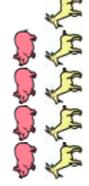
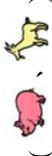
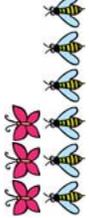
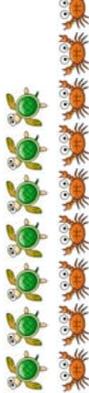
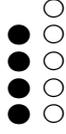
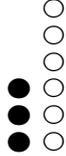
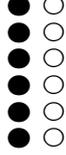
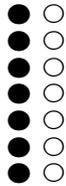
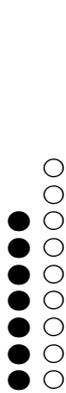
範例 1：10 以內比多少

設計者：謝妙倬

能力指標：1-n-03 能運用數表達多少、大小、順序

教學重點：由具體而抽象；首題例題給予線索完成。

原題目：馬路上有 8 隻  和 10 隻 ，哪一種動物比較多？(, ) 比較多

垂替 改變 1：圖形 配對，再 比較	比較多的圈起來。  ( , ) 比較多	比較多的圈起來。  ( , ) 比較多	比較多的圈起來。  ( , ) 比較多	比較多的圈起來。  ( , ) 比較多	比較多的圈起來。  ( , ) 比較多
垂替 改變 2：○配 對，再 比較	比較多的圈起來。  ( , ) 比較多	比較多的圈起來。  ( , ) 比較多	比較多的圈起來。  ( , ) 比較多	比較多的圈起來。  ( , ) 比較多	比較多的圈起來。  ( , ) 比較多

3: 垂替改變 看數字， 畫○配 對，再比 較	天空中有 2 隻  和 3 隻  ，哪一種動物比較多？	1 <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	大海中有 4 隻  和 3 隻  ，哪一種動物比較多？	2 <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	天空中有 6 隻  和 5 隻  ，哪一種動物比較多？	3 <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	大海中有 5 隻  和 7 隻  ，哪一種動物比較多？	4 馬路上有 8 隻  和 10 隻  ，哪一種動物比較多？
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																										
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○																																																											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																											
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○																																																											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																											
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○																																																											
4: 垂替改變 看數字， 比多少	天空中有 2 隻  和 3 隻  ，哪一種動物比較多？	( , ) 比較多	大海中有 4 隻  和 3 隻  ，哪一種動物比較多？	( , ) 比較多	天空中有 6 隻  和 5 隻  ，哪一種動物比較多？	( , ) 比較多	大海中有 5 隻  和 7 隻  ，哪一種動物比較多？	( , ) 比較多	馬路上有 8 隻  和 10 隻  ，哪一種動物比較多？	( , ) 比較多																																																										

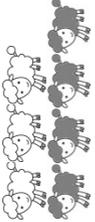
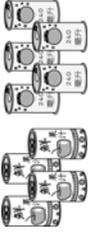
範例 2：10 以內的合成—併加型

設計者：謝妙倬

能力指標：1-n-04 能從合成、分解的活動中，理解加減法的意義，使用+、-、=做橫式記錄與直式記錄，並解決生活中的問題。

教學重點：由具體到抽象，由數圖到數圓圈，最後再以手指頭計數來算出答案。

原題目：有 3 隻白羊和 4 隻灰羊，合起來共有幾隻羊？

<p>1： 垂替改變 計數圖案</p>	<p>數一數，共有幾隻羊？  共有()隻羊。</p>	<p>數一數，共有幾顆水果？  共有()顆水果。</p>	<p>數一數，共有幾瓶果汁？  共有()瓶果汁。</p>	<p>數一數，共有幾顆球？  共有()顆球。</p>	<p>數一數，共有幾本書？  共有()本書</p>
<p>2： 垂替改變 計數圓圈</p>	<p>數一數，共有幾個圓圈？  共有()個圓圈。</p>	<p>數一數，共有幾個圓圈？  共有()個圓圈。</p>	<p>數一數，共有幾個圓圈？  共有()個圓圈。</p>	<p>數一數，共有幾個圓圈？  共有()個圓圈。</p>	<p>數一數，共有幾個圓圈？  共有()個圓圈。</p>
<p>3： 垂替改變 畫圈計數</p>	<p>有 3 隻  和 4 隻 ，合起來共有幾隻羊？ 畫圈：</p>	<p>有 4 顆  和 2 顆 ，合起來共有幾顆水果？ 畫圈：</p>	<p>有 4 瓶  和 5 瓶 ，合起來共有幾瓶果汁？ 畫圈：</p>	<p>有 3 顆  和 6 顆 ，合起來共有幾顆球？ 畫圈：</p>	<p>有 3 本  和 7 本 ，合起來共有幾本書？ 畫圈：</p>

<p>垂替改變 4: 手指頭計數</p>	<p>有 3 隻  和 4 隻 ，合起來共有幾隻羊？</p> <p>共有()隻羊。</p>	<p>有 4 顆  和 2 顆 ，合起來共有幾顆水果？</p> <p>共有()顆水果。</p>	<p>有 4 瓶  和 5 瓶 ，合起來共有幾瓶果汁？</p> <p>共有()瓶果汁。</p>	<p>有 3 顆  和 6 顆 ，合起來共有幾顆球？</p> <p>共有()顆球。</p>	<p>有 3 本  和 7 本 ，合起來共有幾本書？</p> <p>共有()本書</p>
--------------------------	--	--	---	--	---

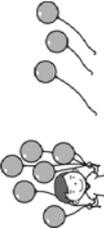
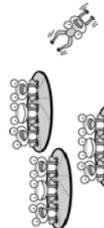
範例 3：10 以內減法解題

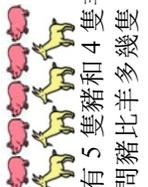
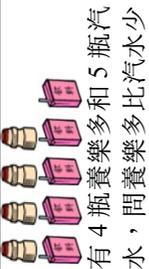
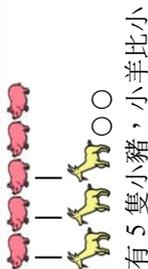
設計者：謝妙倬

能力指標：1-n-04 能從合成、分解的活動中，理解加減法的意義，使用+、-、=做橫式記錄與直式記錄，並解決生活中的問題。

教學重點：由具體而抽象，圖像到文字。

原題目：有 80 張遊戲卡，送給妹妹 50 張，剩下幾張遊戲卡？

<p>垂替改變 1： 改變題-分開 求結果量</p>	 <p>剩下幾顆氣球？</p> <p>列式：</p>	 <p>剩下幾隻青蛙？</p> <p>列式：</p>	<p>有 10 隻小鳥，飛走 5 隻，剩下幾隻小鳥？</p> <p>列式：</p>	<p>有 24 顆蘋果，吃掉 15 顆，剩下幾顆蘋果？</p> <p>列式：</p>	<p>有 80 張遊戲卡，送給妹妹 50 張，剩下幾張遊戲卡？</p> <p>列式：</p>
<p>垂替改變 2： 改變題-分開 求改變量</p>	 <p>有 5 根香蕉，爸爸吃掉一些後，剩下 3 根。爸爸吃掉幾根香蕉？</p> <p>列式：</p>	 <p>有 8 塊蛋糕，姐姐吃掉一些後，剩下 5 塊。姐姐吃掉幾塊蛋糕？</p> <p>列式：</p>	<p>有 10 顆蘋果，媽媽吃掉一些後，剩下 6 顆。媽媽吃掉幾顆蘋果？</p> <p>列式：</p>	<p>老闆有 36 枝紅筆，賣掉一些後，剩下 15 枝。老闆賣掉幾枝紅筆？</p> <p>列式：</p>	<p>大雄有 90 元，買鉛筆盒後，剩下 12 元。鉛筆盒是幾元？</p> <p>列式：</p>
<p>垂替改變 3： 合併題 求部份量</p>	 <p>有 4 隻小狗，其中有 3 隻是黑狗，其它的是白狗。問白狗有幾隻？</p> <p>列式：</p>	 <p>有 6 隻小貓，其中有 4 隻是黑貓，其它的是白貓。問白貓有幾隻？</p> <p>列式：</p>	<p>哥哥有 15 顆彈珠，其中有 7 顆藍色彈珠，其它的是黃色彈珠。問哥哥有幾顆黃色彈珠？</p> <p>列式：</p>	<p>筆和黑筆共有 55 枝，紅筆有 19 枝，黑筆有幾枝？</p> <p>列式：</p>	<p>圖書館共有 72 人，男生有 45 人，女生有幾人？</p> <p>列式：</p>

垂替改變 4： 比較題 差異量未知 比多	 <p>有 5 隻豬和 4 隻羊，問豬比羊多幾隻？</p>	 <p>有 7 隻烏龜和 5 隻螃蟹，問烏龜比螃蟹多幾隻？</p>	哥哥有 17 顆彈珠，弟弟有 12 顆彈珠，哥哥比弟弟多幾顆彈珠？	一個月餅賣 40 元，一個蛋糕賣 35 元，月餅比蛋糕貴幾元？	阿宏有 45 張遊戲卡，東東有 18 張遊戲卡，阿宏的遊戲卡比東東的多幾張？
垂替改變 5： 比較題 差異量未知 比少	 <p>有 2 隻蝴蝶和 5 隻蜜蜂，問蝴蝶比蜜蜂少幾隻？</p>	 <p>有 4 瓶養樂多和 5 瓶汽水，問養樂多比汽水少幾瓶？</p>	有 15 條藍色彩帶和 20 條黃色彩帶，藍色彩帶比黃色彩帶少幾條？	一個布丁賣 27 元，一個蛋糕賣 50 元，布丁比蛋糕少幾元？	妹妹有 35 張貼紙，姐姐有 85 張貼紙，妹妹比姐姐少幾張貼紙？
垂替改變 6： 比較題 比較量未知	 <p>有 3 隻蝴蝶，蜜蜂比蝴蝶少 2 隻，問有幾隻蜜蜂？</p>	 <p>有 5 隻小豬，小羊比小豬少 2 隻，問有幾隻小羊？</p>	姐姐有 19 元，妹妹比姐姐少 4 元，妹妹有幾元？	哥哥有 48 張遊戲卡，弟弟比哥哥少 15 張，弟弟有幾張遊戲卡？	媽媽有 95 元，爸爸比媽媽少 46 元，爸爸有幾元？

範例 4：10 以內的減法

設計者：許瓊文

能力指標：1-n-04 能從合成、分解的活動中，理解加減法的意義，使用 +、-、= 作橫式紀錄與直式紀錄，並解決生活中的問題。

教學重點或方式：透過 PPT 動畫引導學生理解題意，了解「用掉、吃掉、飛走、飛走」等情境，物品數會「變少」，進而運用減法算式解題。

原題目：樹葉上有 5 隻瓢蟲，飛走 2 隻，還有幾隻瓢蟲？

垂替改變

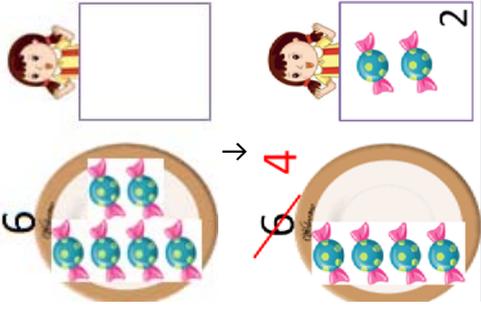
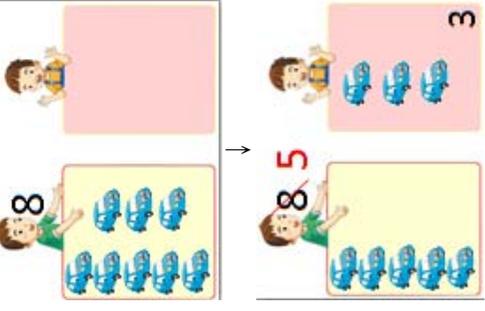
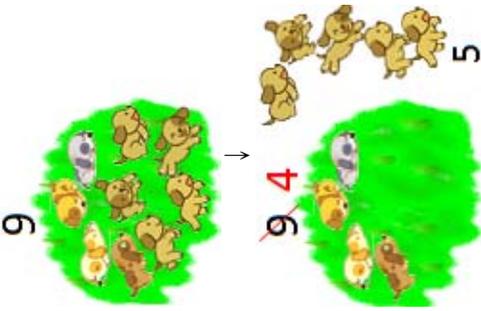
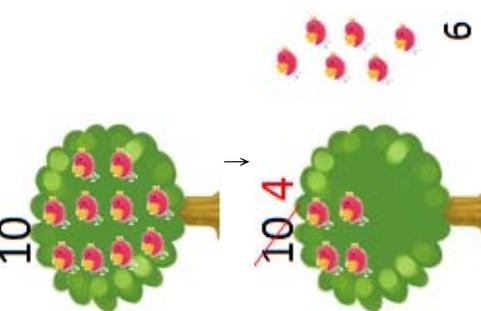
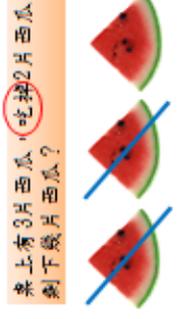
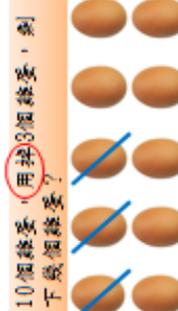
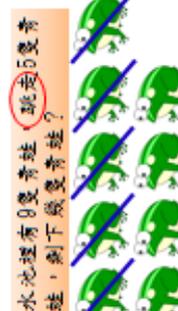
1：
口述佈
題，不呈
現文字
動畫呈
現，內容
物消失
數一數，
剩下多少
「吃掉」類
型

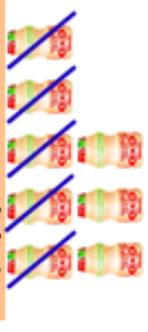
有 3 個布丁，吃掉 1 個布丁，
剩下幾個布丁？

有 5 杯紅茶，喝掉 4 杯紅茶，
剩下幾杯紅茶？

有 7 顆氣球，破掉 3 顆氣球，
剩下幾顆氣球？

有 10 個雞蛋，用掉 4 個雞蛋，
剩下幾個雞蛋？

<p>垂替改變</p> <p>2：口述佈題，不呈現文字動畫呈現，移動圖片</p> <p>數一數，剩下多少「跑走」類型</p>	 <p>6 6 4 2</p> <p>盤子裡有 6 個糖果，妹妹拿走 2 個糖果，盤子裡剩下幾個糖果？</p>	 <p>8 8 5 3</p> <p>哥哥有 8 台汽車，送給弟弟 3 台汽車，哥哥剩下幾台汽車？</p>	 <p>9 9 4 5</p> <p>草地上有 9 隻狗，跑走 5 隻狗，草地上剩下幾隻狗？</p>	 <p>10 10 4 6</p> <p>樹上有 10 隻鳥，飛走 6 隻鳥，樹上剩下幾隻鳥？</p>
<p>垂替改變</p> <p>3：文字佈題動畫呈現，畫掉圖片</p> <p>運用減法符號</p> <p>數一數，剩下多少</p>	 <p>3 3 2 1</p> <p>桌上有 3 片西瓜，吃掉 2 片西瓜，剩下幾片西瓜？</p>	 <p>4 4 1 3</p> <p>妹妹手上有 4 個氣球，飛走 1 個氣球，剩下幾個氣球？</p>	 <p>10 10 3 7</p> <p>10 個雞蛋，用掉 3 個雞蛋，剩下幾個雞蛋？</p>	 <p>9 9 5 4</p> <p>水池裡有 9 隻青蛙，跳走 5 隻青蛙，剩下幾隻青蛙？</p>

<p>垂替改變 4： 文字佈題 動畫呈現，畫掉 圖片 說出減法 算式 數一數， 剩下多少</p>	<p>樹葉上有5隻瓢蟲， 飛走2隻， 剩下幾隻瓢蟲？</p>  $5 - 2 = 3$ <p>樹葉上有5隻瓢蟲，飛走2隻，剩下幾隻瓢蟲？</p>	<p>盤子裡有7隻魚， 吃掉3隻， 剩下幾隻魚？</p>  $7 - 3 = 4$ <p>盤子裡有7隻魚，吃掉3隻，剩下幾隻魚？</p>	<p>媽媽買6枝冰棒， 給哥哥5枝， 剩下幾枝冰棒？</p>  $6 - 5 = 1$ <p>媽媽買6枝冰棒，給哥哥5枝，剩下幾枝冰棒？</p>	<p>媽媽買8瓶多多， 喝掉5瓶， 剩下幾瓶多多？</p>  $8 - 5 = 3$ <p>媽媽買8瓶多多，喝掉5瓶，剩下幾瓶多多？</p>
--	---	--	---	---

註：橫向題目為水平替換設計(概念相同題目)。縱向題目為垂直替換設計(新增概念題目)

範例 5：運用加法或減法解決比較型問題

設計者：蔡京潔

能力指標：1-n-04 能從合成、分解的活動中，理解加減法的意義，使用 +、-、= 作橫式紀錄與直式紀錄，並解決生活中的問題。

教學重點或方式：透過關鍵字「比」、「多／少／高／矮…」理解題意，進行邏輯推理，進而列出加法或減法算式。

原題目：B 有 2 元，A 比 B 多 5 元，A 有幾元？

<p>垂替改變 1： 只比較誰多誰少</p>	<p>B 有 2 元，A 有 5 元，誰有比較多錢？</p> <p>A </p> <p>B </p>	<p>B 有 5 公分長，A 有 9 公分長，誰比較長？</p> <p>A <u>9 公分</u></p> <p>B <u>5 公分</u></p>	<p>小狗重 4 公斤，小貓重 7 公斤，誰比較輕？</p>	<p>橡皮擦的面積是 7 平方公分，尺的面積是 8 平方公分，誰的面積比較小？</p>
<p>垂替改變 2： A 比 B 多，求 A (加) 僅列式</p>	<p>B 有 2 元，A 比 B 多 5 元，A 有幾元？</p>	<p>B 有 5 公分高，A 比 B 高 3 公分，A 有多高？</p>	<p>小狗重 4 公斤，小貓比小 狗重 7 公斤，小貓有幾公斤重？</p>	<p>橡皮擦的面積是 7 平方公分，尺比橡皮擦大 8 平方公分，尺的面積是多少？</p>
<p>垂替改變 3： A 比 B 多，求 A (加)</p>	<p>B 有 5 元，A 比 B 多 8 元，A 有幾元？</p>	<p>B 有 10 公分高，A 比 B 高 4 公分，A 有多高？</p>	<p>魚重 9 公斤，烏龜比魚重 8 公斤，A 有幾公斤重？</p>	<p>記事本的面積是 10 平方公分，桌曆比記事本大 6 平方公分，桌曆的面積是多少？</p>
<p>垂替改變 4： A 比 B 多，求 B (多減少)</p>	<p>A 有 12 元，A 比 B 多 6 元，B 有幾元？</p>	<p>A 有 13 公分高，A 比 B 高 4 公分，B 有多高？</p>	<p>豬重 16 公斤，豬比公雞重 5 公斤，公雞有幾公斤重？</p>	<p>課本的面積是 21 平方公分，課本比作業本大 9 平方公分，作業本的面積是多少？</p>

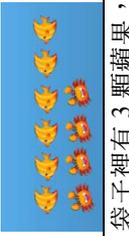
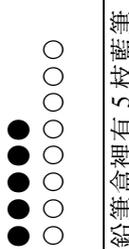
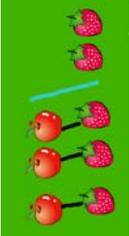
範例 6：1-6 加減應用

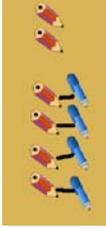
設計者：郭亭纖

能力指標：1-n-6 能做一位數的連加、連減與加減混合計算。

教學方式：透過圖片、圓圈等一對一對應，來理解題意並列式。

原題：黑板上有 6 個藍磁鐵，紅磁鐵比藍色磁鐵少 2 個，紅磁鐵有幾個？

比大小、比多少	<p>草地上有 5 隻小雞和 3 隻小貓，小雞還是小貓比較多？</p> 	<p>草地上有 8 隻小狗和 11 隻小鴨，小狗還是小鴨比較多？</p> 	<p>車上有 10 個女生和 15 個男生，男生還是女生比較多？</p>	<p>小華 15 歲，妹妹 13 歲，誰的年紀比較小？</p>	<p>我有 35 元，庭庭有 27 元，誰的錢比較多？</p>
多幾個、少幾個	<p>水中有 6 隻小魚和 4 隻螃蟹，小魚比螃蟹多幾隻？</p> 	<p>水中有 5 隻青蛙和 8 隻章魚，章魚比青蛙多幾隻？</p> 	<p>小美有 11 張卡片，小山有 18 張卡片，小美比小山多幾張卡片？</p>	<p>小美有 11 張卡片，小山有 18 張卡片，小山比小美少幾張卡片？</p>	<p>桌上有 18 碗牛奶冰和 33 碗草莓冰，牛奶冰比草莓冰少幾碗？</p>
較多型	<p>袋子裡有 3 顆蘋果，草莓比蘋果多 2 顆，草莓有幾顆？</p> 	<p>鉛筆盒裡有 5 枝藍筆，紅筆比藍筆多 4 枝，紅筆有幾枝？</p> 	<p>桌上有 10 枝湯匙，叉子比湯匙多 3 枝，叉子有幾枝？</p>	<p>桌上有 10 枝湯匙，湯匙比叉子多 3 枝，叉子有幾枝？</p>	<p>碗裡有 12 顆紅湯圓，紅湯圓比白湯圓多 3 顆，白湯圓有幾顆？</p>

較少型	鉛筆有 6 枝，原子筆比鉛筆少 2 枝，原子筆有幾枝? 	彩色筆有 10 枝，蠟筆比彩色筆少 3 枝，蠟筆有幾枝? ○○○○○○○○ ○○ 	黑板上有 13 個藍磁鐵，紅磁鐵比藍磁鐵少 2 個，紅磁鐵有幾個?	黑板上有 13 個藍磁鐵，藍磁鐵比紅磁鐵少 2 個，紅磁鐵有幾個?	盤子裡有 16 顆白葡萄，白葡萄比紫葡萄少 7 顆，紫葡萄有幾顆?
-----	--	--	-----------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------

註：橫向題目為水平替換設計(概念相同題目)。縱向題目為垂直替換設計(新增概念題目)。

範例 7：分裝與平分

設計者：柴華禎

題目/主題：分裝與平分 教材來源：翰林數學第四冊 單元八

能力指標：2-n-07 能在具體情境中，進行分裝與平分

2-n-08 能理解九九乘法。的活動。

C-C-05 能用數學語言呈現解題的過程。

<p>原題：</p> <p>一枝鉛筆 6 元：</p> <p>(1)買 1 枝要付 () 元。</p> <p>(2)買 2 枝要付 () 元。</p> <p>(3)買 3 枝要付 () 元。</p> <p>(4)買 4 枝要付 () 元。</p> <p>哥哥帶了 48 元，可以買 () 枝鉛筆。</p>	<p>一瓶膠水 8 元：</p> <p>(1)買 1 瓶要付 () 元。</p> <p>(2)買 2 瓶要付 () 元。</p> <p>(3)買 3 瓶要付 () 元。</p> <p>(4)買 4 瓶要付 () 元。</p> <p>媽媽有 96 元，可以買 () 瓶膠水。</p>	
<p>垂替改變 1：</p> <p>題型替換</p> <p>被乘數是 ()</p> <p>12 張圖卡平分給 2 個人，每個人可以分到 () 張。</p> 	<p>有 24 顆彈珠，平分成 8 盒，每盒裝 () 顆彈珠。</p> 	<p>24 個壽司平分裝成 4 盒，每盒可以分 () 個壽司。</p> 
<p>垂替改變 2：</p> <p>題型替換</p> <p>乘數是 ()</p> <p>25 顆蘋果，每 5 顆裝一袋，可以裝成 () 袋。</p>	<p>有 60 張椅子，每 10 張排成一排，可以排成幾排？</p> 	<p>一星期有 7 天，爸爸出差 14 天，是幾星期？</p>
<p>垂替改變 3：</p> <p>題型替換</p> <p>換句話說</p> <p>28 架飛機，每 7 架排成一排，可以排成 () 排。</p>	<p>28 顆巧克力要在 1 星期吃完，每天吃一樣多，1 天要吃幾顆？</p>	

註：橫向題目為水平替換設計(概念相同題目)。縱向題目為垂直替換設計(新增概念題目)。

範例 8：解決兩步驟乘法與減法問題

設計者：劉禹伶

題目/主題：【解決乘減的題型】

能力指標：2-n-10-2 能用兩步驟乘法與減法計算來解決生活中的問題(不含併式)。

原題：1 個麵包賣 15 元，小可有 6 個，付 100 元，找回幾元？ ⇨ 完成單步驟題型 (數字變小、兩數相乘)	1. 1 張郵票要 5 元，媽媽買了 7 張，共要付幾元？	2. 1 包口香糖有 7 片，爸爸買了 3 包，共有幾片口香糖？	3. 每間教室有 5 個水桶，2 間教室共有幾個水桶？	4. 1 束玫瑰花有 9 朵，哥哥買了 5 束，共有幾朵玫瑰花？	5. 小如有 10 元，姐姐的錢是小如的 4 倍，姐姐有幾元？	6. 小建有 4 張卡片，姐姐的卡片是小建的 6 倍，誠誠有幾張卡片？
垂替改變 1： ⇨ 完成單步驟題型 (數字變大、變換語序、兩數相乘)	1 盒布丁有 12 個，阿姨買了 8 盒，共有幾個布丁？	1 盒水餃有 16 個，媽媽煮了 4 盒，共煮了幾口水餃？	伯父買了 5 個 19 元的蘋果，共要付幾元？	1 杯紅茶 14 元，媽媽買了 3 瓶，共要付幾元？	二年級有 7 班，每班 19 人，二年級共有幾人？	1 盒有 12 枝鉛筆，買 8 盒共有幾枝鉛筆？
垂替改變 2： ⇨ 完成單步驟題型 (兩數相減)	一包彈珠有 20 顆，美美送給好朋友 13 顆之後，她還剩下幾顆彈珠？	欣華有 70 元，買了一枝 9 元的鉛筆之後，她還剩下幾元？	餐桌上原本有 45 個小蕃茄，胖虎吃了 40 個之後，餐桌上還剩下幾個小蕃茄？	大雄有 27 元，他買了一個 7 元的茶葉蛋之後，還剩下幾元？	明鈞有 50 元，他買了一個 18 元的大肉包後，還剩下幾元？	小可有 100 元，她買了一個 15 元的麵包後，找回幾元？
垂替改變 3： ⇨ 變換語序、換句話說	美美送給好朋友 13 顆彈珠，而一包彈珠原本有 20 顆，她現在還剩下幾顆彈珠？	一枝鉛筆賣 9 元，欣華買了一枝，付了 70 元，她還剩下幾元？	胖虎吃了餐桌上的 40 個小蕃茄，而原本餐桌上有 45 個，餐桌上現在還剩下幾個小蕃茄？	一個茶葉蛋賣 7 元，大雄買了一個，付了 27 元，他還剩下幾元？	明鈞買了一個 18 元的大肉包，付了 50 元，他還剩下幾元？	小可買了一個 15 元的麵包，付了 100 元，找回幾元？

垂替改變 4： ⇨ 變換語序，解原題	一包彈珠有 10 顆，美美有 2 包，送給好朋友 13 顆，她現在還剩下幾顆彈珠？ A 有 5 元，B 有 3 元， A 比 B 多幾元？	1 枝鉛筆賣 9 元，欣華有 70 元，買了 7 枝鉛筆後，她還剩下幾元？ A 是 15 公分，B 是 8 公分， A 比 B 長幾公分？	1 盒小蕃茄有 15 個，餐桌上有 3 盒，胖虎吃掉 40 個，餐桌上現在還剩下幾個小蕃茄？ 兔子是 14 公斤，狗是 21 公斤，狗比兔子重幾公斤？	一個茶葉蛋賣 7 元，大雄買 3 個，付了 27 元，他還剩下幾元？ 墊板是 35 平方公分，書包是 42 平方公分，書包比墊板大幾平方公分？	明鈞買了 2 個 18 元的大肉包，付了 50 元，他還剩下幾元？ 垂替改變 5： 多多少？(多減少)	1 個麵包賣 15 元，小可買 6 個，付 100 元，可找回幾元？ A 有 5 元，B 有 3 元， A 比 B 多幾元？
-----------------------	---	---	--	--	---	--

註：橫向題目為水平替換設計(概念相同題目)。縱向題目為垂直替換設計(新增概念題目)。

範例 9：乘法的兩步驟問題

設計者：許瓊文、蔡京潔

能力指標：3-n-07 能在具體情境中，解決兩步驟問題(加、減與除，不含併式)。

教學重點或方式：透過錢幣操作將關鍵字「便宜」與「減法算式」連結，再以「數字一樣，加很多次，用乘法」的口訣理解解單價問題，進而運用先減後乘的二步驟算式解決購物問題。

原題目：一杯大杯的多多綠是 45 元，特價期間每杯便宜 5 元，買 5 杯共要付多少錢？

垂替改變 1： 用減法解決「便宜」的問題(不退位)	一杯中杯的四季春茶是 15 元，特價期間每杯便宜 2 元，現在一杯中杯的四季春茶是多少元？	一杯中杯的珍珠紅茶是 25 元，特價期間每杯便宜 5 元，現在一杯中杯的珍珠紅茶是多少元？	一杯大杯的冰咖啡是 65 元，特價期間每杯便宜 5 元，現在一杯大杯的冰咖啡是多少元？
垂替改變 2： 用減法解決「便宜」的問題(退位)	一杯大杯的四季春茶是 20 元，特價期間每杯便宜 2 元，現在一杯大杯的四季春茶是多少元？	一杯中杯的珍珠紅茶是 25 元，特價期間每杯便宜 8 元，現在一杯中杯的珍珠紅茶是多少元？	一杯大杯的冰咖啡是 65 元，特價期間每杯便宜 16 元，現在一杯大杯的冰咖啡是多少元？
垂替改變 3： 用乘法解決「單價」問題(一位數 \times 一位數)	一瓶養樂多是 8 元，買 2 瓶共要付多少錢？	一杯豆漿是 9 元，買 4 杯共要付多少錢？	一根棒棒糖是 7 元，買 8 根共要付多少錢？
垂替改變 4： 用乘法解決「單價」問題(二位數 \times 一位數)	一杯中杯的四季春茶是 15 元，買 2 杯共要付多少錢？	一中杯的珍珠紅茶是 27 元，買 3 杯共要付多少錢？	一杯大杯的冰咖啡是 120 元，買 5 杯共要付多少錢？
垂替改變 5： 解原題-「先減後乘」二步驟解題	一杯中杯的四季春茶是 15 元，特價期間每杯便宜 5 元，買 2 杯共要付多少錢？	一杯中杯的多多綠是 30 元，特價期間每杯便宜 7 元，買 6 杯共要付多少錢？	一杯大杯的多多綠是 45 元，特價期間每杯便宜 3 元，買 9 杯共要付多少錢？

註：橫向題目為水平替換設計(概念相同題目)。縱向題目為垂直替換設計(新增概念題目)

範例 10：運用分數語言解決分數的情境問題

設計者：許瓊文、蔡京潔

能力指標：3-n-09 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。

教學重點或方式：透過畫線段圖理解題意，進而分辨不同單位詞的量，並用分數回答問題。

原題目：每一條緞帶平分成 3 份，1 份可以做 1 朵緞帶花，做 1 朵需要幾條緞帶花？

垂替改變 1： 分數語言的 轉換(連續量)	每一條巧克力平分成 3 份，1 份是幾分之幾條的巧克力？ 	每一條巧克力平分成 3 份，2 份是幾分之幾條巧克力？ 	每一條巧克力平分成 3 份，6 份是幾分之幾條巧克力？
垂替改變 2： 解原題(連續量)	每一條緞帶平分成 3 份，1 份可以做 1 朵緞帶花，做 1 朵需要幾條緞帶？ 	每一條緞帶平分成 3 份，1 份可以做 1 朵緞帶花，做 2 朵需要幾條緞帶？	每一條緞帶平分成 3 份，1 份可以做 1 朵緞帶花，做 5 朵需要幾條緞帶？
垂替改變 3： 原題變化句型(連續量)	每一條緞帶平分成 3 朵緞帶花，做 1 朵需要幾條緞帶？	每一條緞帶平分成 3 朵緞帶花，做 2 朵需要幾條緞帶？	每一條緞帶平分成 3 朵緞帶花，做 6 朵需要幾條緞帶？
垂替改變 4： 分數語言的 轉換(離散量)	一盒餅乾有 8 塊，弟弟吃了 2 塊，弟弟一共吃了幾盒？ 	一盒餅乾有 8 塊，弟弟吃了 7 塊，弟弟一共吃了幾盒？	一盒餅乾有 8 塊，弟弟吃了 10 塊，弟弟一共吃了幾盒？

<p>垂替改變 5： 分數語言的 轉換(離散量 連結連續量)</p>	<p>4 枝鉛筆和 1 條繩子一樣長，1 枝鉛筆的長度是這條繩子的幾分之幾？</p> 	<p>4 枝鉛筆和 1 條繩子一樣長，2 枝鉛筆的長度是這條繩子的幾分之幾？</p>	<p>4 枝鉛筆和 1 條繩子一樣長，3 枝鉛筆的長度是這條繩子的幾分之幾？</p>
--	--	--	--

註：橫向題目為水平替換設計(概念相同題目)。縱向題目為垂直替換設計(新增概念題目)

範例 11：時間量的加減計算

設計者：許瓊文、蔡京潔

能力指標：3-n-11 能認識時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」及其間的關係，並作時或分同單位時間量的加減計算。

教學重點或方式：透過線段圖(開始、經過、結束)理解題意，進行時間的邏輯推理，進而列出加法或減法算式解題。

原題目：小展上午 7 時 12 分出門，10 分鐘後到學校，他到學校是上午幾時幾分？

垂替改變 1： 開始+時間=結束 (時、分未進位)	媽在下午 4 時 13 分告訴小可，她還要 30 分鐘後才會到家，媽媽下午幾時幾分會到家？ $\begin{array}{r} 4:13 \\ + \quad 30 \\ \hline \end{array}$	小威從下午 5 時 14 分開始寫功課，寫了 40 分鐘才寫完，他寫完功課是什麼時候？	圓圓下午 4 時 45 分到公車站等公車，等了 1 時 12 分鐘公車才來，公車什麼時候到站？
垂替改變 2： 開始+時間=結束 (分進位)	媽上午 6 時 40 分到醫院，45 分後妹妹出生了，妹妹什麼時候出生？ $\begin{array}{r} 6:40 \\ + \quad 45 \\ \hline \end{array}$	小可上午 11 時 20 分到圖書館，50 分後離開，她什麼時候離開圖書館？	卡通從上午 10 時 35 分開始播放，演了 50 分，卡通什麼時候結束？
垂替改變 3： 開始+時間=結束 (時、分進位)	媽上午 6 時 50 分到醫院，7 時 10 分後妹妹出生了，妹妹什麼時候出生？上午或下午？ $\begin{array}{r} 6:50 \\ + \quad 7:10 \\ \hline \end{array}$	小可上午 10 時 25 分到圖書館，2 時 40 分後離開，她什麼時候離開圖書館？上午或下午？	電影從下午 9 時 45 分開始播放，演了 3 時 30 分，電影什麼時候結束？上午或下午？

垂替改變 4 : 結束-開始= 時間(分)	小展上午 7 時 43 分出門，7 時 51 分 到學校，他從家裡到學校花了幾分 鐘？	媽媽在 9 時 17 分到市場買菜，9 時 53 分回到家，媽媽買菜花了幾分鐘？	現在是 8 時 35 分，幾分鐘後是 8 時 50 分？
垂替改變 5 : 結束-開始= 時間(時、 分)	爸爸從下午 4 時出門，到下午 9 時回 家，一共經過幾時？	上午 8 時升旗，第 3 節下課是上午 10 時 10 分，從升旗到第 3 節下課共 經過多少時間	火車上午 8 時 10 分從台北出發，上 午 11 時 35 分到達台南，火車開了多 久？
垂替改變 6 : 結束-開始= 時間(時、 分借位)	爸爸從下午 3 時 15 分出門，到下午 9 時 20 分回家，一共經過多少時間？	上午 8 時 20 分升旗，第 5 節下課是 下午 2 時 10 分，從升旗到第 5 節下 課共經過多少時間？	火車上午 10 時 47 分從台北出發，下 午 3 時 30 分到達高雄，火車開了多 久？

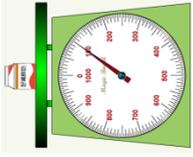
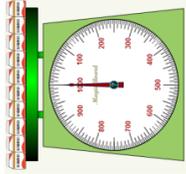
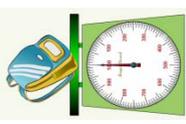
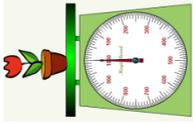
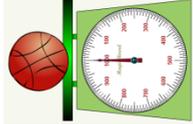
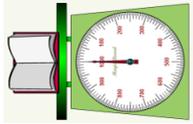
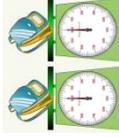
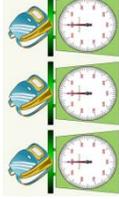
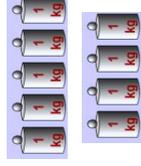
範例 12：公斤與公克單位的換算

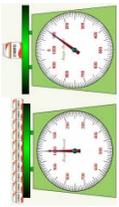
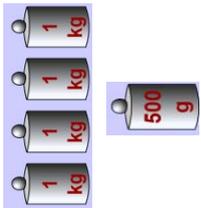
設計者：郭慧仙、謝妙倬

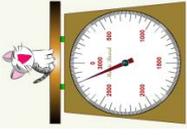
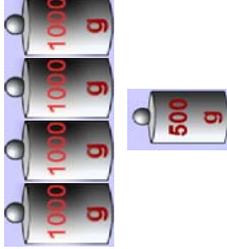
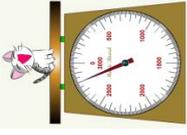
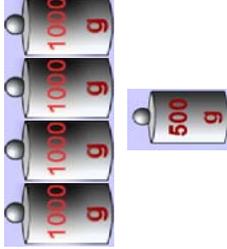
能力指標：3-n-16 能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並做相關的實測、估測與計算。

教學重點：用實際報讀磅秤的方式連結公斤與公克間的關係(1 公斤=1000 公克)，再以圖示表示換算的流程，最後才指導計算流程。

原題目：6 公斤 206 公克 = () 公克；9400 公克 = () 公斤() 公克

<p>垂替改變 1： 報讀磅秤 少於 1 公斤者</p>	 <p>() 公克</p>	 <p>() 公克</p>	 <p>() 公克</p>	 <p>() 公克</p>	 <p>() 公克</p>
<p>垂替改變 2： 報讀磅秤 1000 公克 或 1 公斤</p>	 <p>() 公克</p>	 <p>() 公克</p>	 <p>() 公克</p>	 <p>() 公斤</p>	 <p>() 公斤</p>
<p>垂替改變 3： 「圖示」 整公斤與公克的單位換 算</p>	 <p>1 公斤=() 公克</p>	 <p>2 公斤=() 公克</p>	 <p>3 公斤=() 公克</p>	 <p>6 公斤=() 公克</p>	 <p>9 公斤=() 公克</p>

垂替改變 4： 整公斤與公克的單位換算	1 公斤=()公克  1 公斤 100 公克 =()公克 1 公斤 500 公克 =()公克	4 公斤=()公克  2 公斤 100 公克 =()公克 2 公斤 300 公克 =()公克	5 公斤=()公克  4 公斤 200 公克 =()公克 3 公斤 150 公克 =()公克	7 公斤=()公克  2 公斤 100 公克 =()公克 4 公斤 206 公克 =()公克	10 公斤=()公克  4 公斤 500 公克 =()公克 6 公斤 206 公克 =()公克
垂替改變 5： 「圖示」 幾公斤幾公克與公克的 單位換算	1000 公克 =()公斤	2000 公克 =()公斤	3000 公克 =()公斤	5000 公克 =()公斤	9000 公克 =()公斤
垂替改變 6： 幾公斤幾公克與公克的 換算	1000 公克 =()公克 1000 公克 =()公克	4000 公克 =()公克 4000 公克 =()公克	5000 公克 =()公克 5000 公克 =()公克	7000 公克 =()公克 7000 公克 =()公克	10000 公克 =()公克 10000 公克 =()公克
垂替改變 7： 「圖示」 整千公克與公斤的單位 換算	1000 公克 =()公斤	2000 公克 =()公斤	3000 公克 =()公斤	5000 公克 =()公斤	9000 公克 =()公斤
垂替改變 8： 整千公克與公斤的單位 換算	1000 公克 =()公斤	4000 公克 =()公斤	5000 公克 =()公斤	7000 公克 =()公斤	10000 公克 =()公斤

<p>垂替改變 9： 「圖示」 非整千公克換算成幾公 斤幾公克</p>	 <p>1100 公克 = ()公斤()公克</p>	 <p>2500 公克 = ()公斤()公克</p>	 <p>2800 公克 = ()公斤()公克</p>	 <p>2100 公克 = ()公斤()公克</p>	 <p>4500 公克 = ()公斤()公克</p>
<p>垂替改變 10： 非整千公克換算成幾公 斤幾公克</p>	 <p>1200 公克 = ()公斤()公克</p>	 <p>2700 公克 = ()公斤()公克</p>	 <p>3500 公克 = ()公斤()公克</p>	 <p>4600 公克 = ()公斤()公克</p>	 <p>9400 公克 = ()公斤()公克</p>

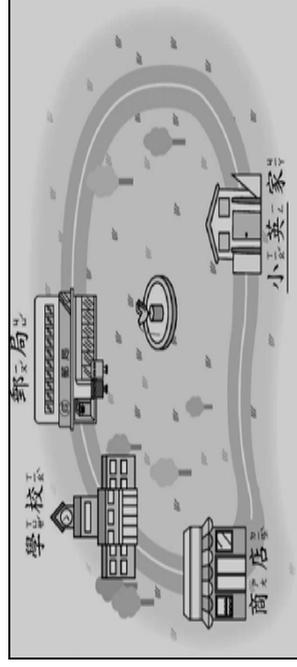
範例 13：長度比較與應用問題

設計者：柴華禎、石麗馨

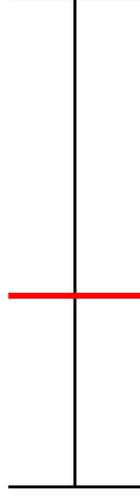
題目/主題：【長度比較與應用問題】 教材來源：翰林數學第四冊 第三單元公尺與公分

教學重點與方法：圖示 或 線段表示

原題目：小英家到商店的距離是 605 公尺。小英家到郵局的距離是 750 公尺。郵局到學校的距離是 345 公尺。學校到商店的距離是 275 公尺。



() ()



() ()

垂替改變 1： 「比較型」	小英家到商店的距離比郵局到學校的距離(哪個長) ()比()多? 多幾公尺?	郵局到學校的距離比學校到商店的距離多還是少? 多幾公尺?
垂替改變 2： 「添加型」	小英從家裡出發，經過商店再到學校，共走幾公尺?	小英放學後，先到郵局再回家，共走幾公尺回到家?
垂替改變 3： 「加數或被加數未知型」	小英從家裡出發，已經走了 70 公尺，還要走幾公尺才會到商店?	小英從家裡出發，已經走了 75 公尺，還要走幾公尺才會到郵局?
垂替改變 4： 「被減數未知型」	小英從家裡出發去學校，已經走了 705 公尺，還剩下 245 公尺，原來幾公尺?	小英從學校出發要回家，已經走了 705 公尺，還剩下 390 公尺，原來幾公尺?
垂替改變 5： 「拿走型」	小英家到商店的距離是 605 公尺，已經走了 250 公尺後，還有幾公尺?	小英家到郵局的距離是 750 公尺，已經走了 250 公尺後，還有幾公尺?

註：橫向題目為水平替換設計(概念相同題目)。縱向題目為垂直替換設計(新增概念題目)。

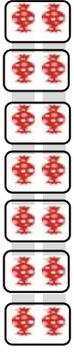
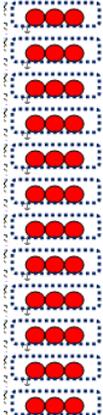
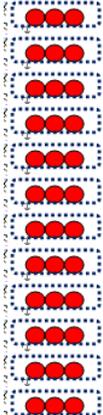
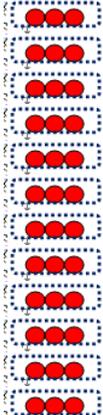
範例 14：乘法交換律 & 連加的應用問題

設計者：柴華禎、石麗馨

題目/主題：【乘法交換律 & 連加的應用問題】 教材來源：翰林數學第四冊 第四單元 乘法（一）、第五單元 乘法（二）

教學重點與方法：請參見教學日誌

原題目： $2 \times 12 = (\quad)$

垂替改變 1： 乘法計算問題 乘法交換率 → 連加計算	2×3 $= (\quad) \times 2$ $=$ $= 7 + 7$	2×7 $= (\quad) \times 2$ $=$	2×10 $= (\quad) \times 2$ $= (\quad) + (\quad)$ $=$	2×17 $= (\quad) \times 2$ $= (\quad) + (\quad)$ $=$	3×17 $= (\quad) \times 3$ $= (\quad) + (\quad) + (\quad)$ $=$
垂替改變 2： 乘法應用問題 (被乘數與乘數關係)	一首歌長 8 分鐘，我連續聽了 3 遍，花了幾分鐘？  $(8) (8) (8) (8)$ $8 \times 3 = (\quad)$	一包色紙 9 張，4 包有幾張彩色紙？ 9 張 9 張 9 張 9 張 $(\quad) (\quad) (\quad) (\quad)$ $9 \times 4 = (\quad)$	教室裡有 4 排桌子，一排有 7 張桌子，共有多少張桌子？ 7 張桌 7 張桌 7 張桌 7 張桌 $(\quad) (\quad) (\quad) (\quad)$	教室裡有 4 排桌子，一排有 7 張桌子，共有多少張桌子？ 7 張桌 7 張桌 7 張桌 7 張桌 $(\quad) (\quad) (\quad) (\quad)$	教室裡有 4 排桌子，一排有 7 張桌子，共有多少張桌子？ 7 張桌 7 張桌 7 張桌 7 張桌 $(\quad) (\quad) (\quad) (\quad)$
垂替改變 3： 乘法應用問題 (乘法交換律 & 連加)	一包糖果有 2 顆，奶奶給小米 7 包，總共有幾顆糖果？  $2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2$ 有 (7) 個 $2 \times 7 = (\quad)$	一束花有 3 朵，小多買 12 束，總共有幾朵花？  $3 \quad 3 \quad 3$ $3 \times 12 = (\quad)$	一束花有 3 朵，小多買 12 束，總共有幾朵花？  $3 \quad 3 \quad 3$ $3 \times 12 = (\quad)$	一束花有 3 朵，小多買 12 束，總共有幾朵花？  $3 \quad 3 \quad 3$ $3 \times 12 = (\quad)$	一枝鉛筆和 12 個迴紋針一樣長，2 枝鉛筆接起來和幾個迴紋針一樣長？

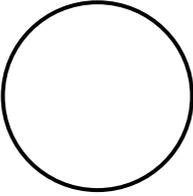
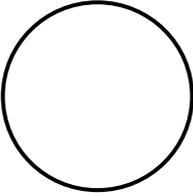
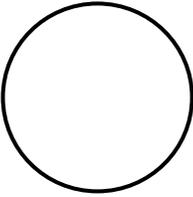
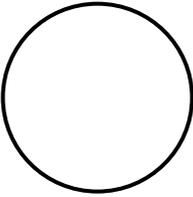
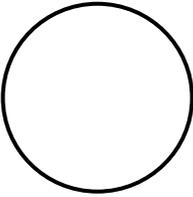
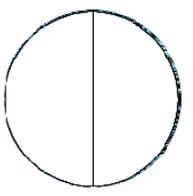
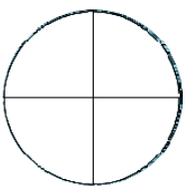
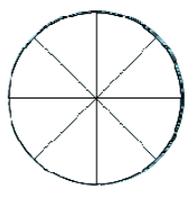
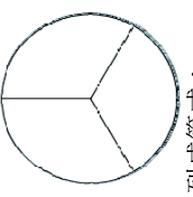
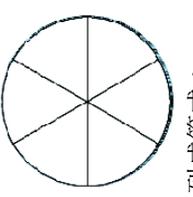
註：橫向題目為水平替換設計(概念相同題目)。縱向題目為垂直替換設計(新增概念題目)。

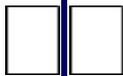
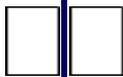
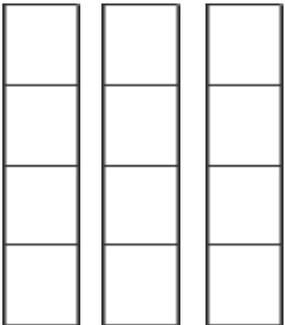
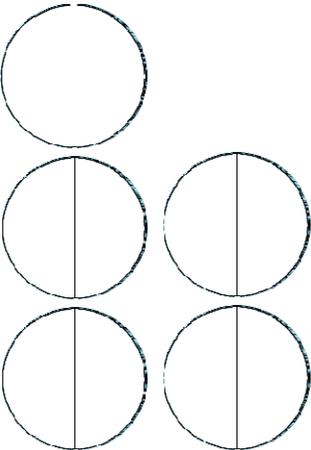
範例 15：分數之「整數相除」

設計者：劉姿廷、黃美潔

能力指標：4-n-06 能在平分情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。
 教學重點或方式：以圖解方式讓學生理解整數相除並以分數的方式呈現。

原題： $6 \div 10 = (\quad)$

垂替改變 1： 能畫出平分 的量(以 1 為分 子)	1 個披薩平分給 2 個 人，要怎麼分？畫畫 看。 	1 個披薩平分給 4 個 人，要怎麼分？畫畫 看。 	1 個披薩平分給 8 個 人，要怎麼分？畫畫 看。 	1 個披薩平分給 3 個 人，要怎麼分？畫畫 看。 	1 個披薩平分給 6 個 人，要怎麼分？畫畫 看。 
垂替改變 2： 能依題意列 出算式	1 個披薩平分給 2 個 人，1 個人可以吃幾個 披薩？  列成算式： () \div () = ()	1 個披薩平分給 4 個 人，1 個人可以吃幾個 披薩？  列成算式： () \div () = ()	1 個披薩平分給 8 個 人，1 個人可以吃幾個 披薩？  列成算式： () \div () = ()	1 個披薩平分給 3 個 人，1 個人可以吃幾個 披薩？  列成算式： () \div () = ()	1 個披薩平分給 6 個 人，1 個人可以吃幾 個披薩？  列成算式： () \div () = ()

<p>垂替改變 3： ⇨能寫出垂替 改變 2 之分數</p>	 $() \div () =$	 $() \div () =$	 $() \div () =$	 $() \div () =$	 $() \div () =$
<p>垂替改變 4： ⇨能畫出平分 的量(分子為 2 以上的量)</p>	<p>2 張蔥油餅平分給 4 個人， 1 個人可以吃到幾張蔥油餅。</p> 	<p>3 條土司平分給 4 個人， 1 個人可以吃到幾條土司。</p> 	<p>5 顆柳丁平分給 2 個人， 1 個人可以吃到幾顆柳丁。</p> 		
<p>垂替改變 5： ⇨能依題意列 出算式</p>	<p>2 張蔥油餅平分給 4 個人， 1 個人可以吃到幾張蔥油餅。</p> <p>列成算式： $\frac{()}{()} \div () = ()$</p> $2 \div 3 =$	<p>3 條土司平分給 4 個人， 1 個人可以吃到幾條土司。</p> <p>列成算式： $\frac{()}{()} \div () = ()$</p> $4 \div 5 =$	<p>5 顆柳丁平分給 2 個人， 1 個人可以吃到幾顆柳丁。</p> <p>列成算式： $\frac{()}{()} \div () = ()$</p> $6 \div 8 =$		
<p>垂替改變 6： ⇨能將整數相 除以分數表示</p>	$2 \div 3 =$	$4 \div 5 =$	$6 \div 8 =$		

範例 16：二位數與三位數的除法（有餘數）計算

設計者：劉姿廷、黃美潔

能力指標：4-n-02 能熟練整數加、減、乘、除的直式計算。

教學重點或方式：能熟練二位數與三位數的除法（有餘數）計算。

原題： $743 \div 17 = () \dots ()$

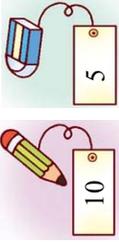
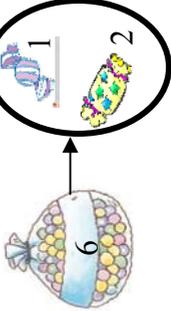
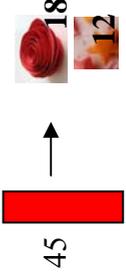
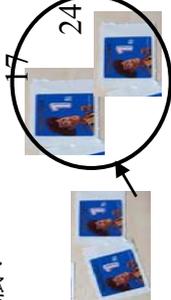
垂替改變 1： ↪ 二位除以一位，商為一位數	$12 \div 5$	$25 \div 6$	$46 \div 7$	$51 \div 8$	$78 \div 9$	
垂替改變 2： ↪ 二位除以一位，商為二位數	$31 \div 2$	$56 \div 3$	$49 \div 4$	$63 \div 5$	$88 \div 6$	$8 \dots 6$
垂替改變 3： ↪ 三位除以一位，商為二位數	$124 \div 5$	$279 \div 6$	$368 \div 7$	$469 \div 8$	$543 \div 9$	$14 \dots 5$
垂替改變 4： ↪ 三位除以一位，商為三位數	$421 \div 2$	$794 \div 3$	$638 \div 4$	$849 \div 5$	$753 \div 6$	$60 \dots 3$
垂替改變 5： ↪ 二位除以二位，兩數都為整十的數	$40 \div 10$	$60 \div 20$	$80 \div 30$	$90 \div 40$	$70 \div 50$	$125 \dots 3$
垂替改變 6： ↪ 二位除以二位，商為一位數	$36 \div 13$	$48 \div 14$	$76 \div 15$	$85 \div 16$	$93 \div 17$	$1 \dots 20$
垂替改變 7： ↪ 三位除以二位，商為一位數	$179 \div 24$	$297 \div 37$	$396 \div 43$	$457 \div 52$	$528 \div 68$	$5 \dots 8$
垂替改變 8： ↪ 三位除以二位（十幾），商為二位數	$743 \div 11$	$743 \div 12$	$743 \div 13$	$743 \div 15$	$743 \div 17$	$7 \dots 52$
垂替改變 9： ↪ 三位除以二位（二十以上），商為二位數	$254 \div 21$	$469 \div 25$	$694 \div 36$	$709 \div 47$	$964 \div 51$	$43 \dots 12$
		$12 \dots 2$	$18 \dots 19$	$15 \dots 4$	$18 \dots 46$	

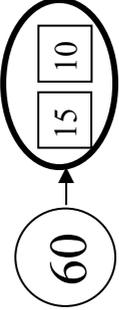
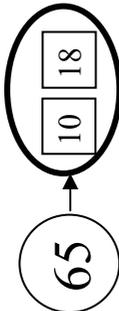
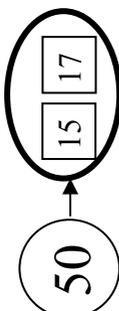
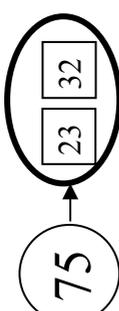
範例 17：整數四則運算(多步驟計算)

設計者：邱靜瑩

能力指標：4-n-03 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法（包括連乘、連除、乘除混合）
 教學重點或方式：以口語、圖示方法，讓學生學習以併式記法來解決兩步驟問題。

原題目：玉真帶 500 元去書店買東西，買文具花了 125 元，買筆記本花了 75 元，還剩下多少元？

<p>垂替改變 1： 解題步驟的 減少</p>	<p>阿華買了鉛筆花了 10 元，買橡皮擦花了 5 元，阿華共花了多少元？</p> 	<p>小明給弟弟 15 顆糖果，又給妹妹 20 顆糖果，小明共給了多少顆糖果？</p> 	<p>小芬摺紙花用了 18 公分的紙條，摺星星用了 12 公分的紙條，小芬共用掉多少公分的紙條？</p> 	<p>小宇給哥哥 17 張集點貼紙，兌換獎品又用去 24 張，小宇共用去了多少張集點貼紙？</p> 
<p>垂替改變 2： 解題步驟的 增加-分開的兩步 驟</p>	<p>阿華有 50 元，買了鉛筆花了 10 元，買橡皮擦花了 5 元，阿華剩下多少元？ (1)阿華共花了多少元？ (2)阿華剩下多少元？</p> 	<p>小明有 60 顆糖果，給弟弟 15 顆糖果，又給妹妹 20 顆糖果，小明剩下多少顆糖果？ (1)小明共給了多少顆糖果？ (2)小明剩下多少顆糖果？</p> 	<p>小芬有一紙條長 45 公分，摺紙花用了 18 公分的紙條，摺星星用了 12 公分的紙條，小芬還剩下多少公分的紙條？ (1)小芬共用了多少公分的紙條？ (2)小芬剩下多少公分的紙條？</p> 	<p>小宇有 55 張集點貼紙，給哥哥 17 張集點貼紙，兌換獎品又給了 24 張，小宇剩下多少張集點貼紙？ (1)小宇共給了多少張集點貼紙？ (2)小宇剩下多少張集點貼紙？</p> 

<p>垂替改變 3： 併式</p>	<p>阿華有 60 元，買了鉛筆花了 15 元，買橡皮擦花了 10 元，阿華剩下多少元？</p> 	<p>小明有 65 顆糖果，給弟弟 10 顆糖果，又給妹妹 18 顆糖果，小明剩下多少顆糖果？</p> 	<p>小芬有一紙條長 50 公分，摺紙花用了 15 公分的紙條，摺星星用了 17 公分的紙條，小芬還剩下多少公分的紙條？</p> 	<p>小宇有 75 張集點貼紙，給哥哥 23 張集點貼紙，兌換獎品又給了 32 張，小宇剩下多少張集點貼紙？</p> 
<p>垂替改變 4： 數字變大</p>	<p>阿華有 300 元，買了鉛筆花了 80 元，買橡皮擦花了 15 元，阿華剩下多少元？</p>	<p>小明有 746 顆糖果，給弟弟 223 顆糖果，又給妹妹 162 顆糖果，小明剩下多少顆糖果？</p>	<p>小芬有一紙條長 660 公分，摺紙花用了 254 公分的紙條，摺星星用了 178 公分的紙條，小芬還剩下多少公分的紙條？</p>	<p>小宇有 575 張集點貼紙，給哥哥 223 張集點貼紙，兌換獎品又給了 132 張，小宇剩下多少張集點貼紙？</p>
<p>垂替改變 5： 增加無關變項</p>	<p>阿華帶 450 元到文具店買東西，買了鉛筆花了 100 元，買了橡皮擦花了 175 元，阿華剩下多少元？</p>	<p>小明到糖果店買了 746 顆糖果，又給弟弟 223 顆糖果，又給妹妹 162 顆糖果，小明剩下多少顆糖果？</p>	<p>媽媽給小芬一條長 660 公分的紙條，小芬摺紙花用了 254 公分的紙條，摺星星用了 178 公分的紙條，小芬還剩下多少公分的紙條？</p>	<p>媽媽送給小宇 575 張集點貼紙，小宇給哥哥 132 張集點貼紙，兌換獎品又用去 224 張，小宇剩下多少張集點貼紙？</p>

範例 18：整數應用問題

設計者：林和秀、邱靜瑩

能力指標對應：4-n-04 能作整數四則混合計算（兩步驟）

教學重點或方式：含前後測題及練習，並視學生狀況個別引導或是進行小組討論，後請學生上台發表解題想法，同儕回饋。

原題：大華的薪水是小明的 3 倍，也是阿成的 8 倍，若小明的薪水是 40000 元，請問阿成的薪水是多少元？

垂替改變 1： (簡化題意- 基準量已知)	伶奈的薪水是凱荃的 2 倍，若凱荃的薪水是 2000 元，請問伶奈的薪水是多少元？(搭配鈔票實際操作)	伶奈的薪水是凱荃的 2 倍，若凱荃的薪水是 3000 元，請問伶奈的薪水是多少元？(搭配鈔票實際操作)	伶奈的薪水是凱荃的 3 倍，若凱荃的薪水是 3000 元，請問伶奈的薪水是多少元？(搭配鈔票實際操作)
垂替改變 2： (簡化題意- 基準量未知)	大華的薪水是阿成的 2 倍，若大華的薪水是 2000 元，請問阿成的薪水是多少元？(搭配鈔票實際操作)	大華的薪水是阿成的 2 倍，若大華的薪水是 3000 元，請問阿成的薪水是多少元？(搭配鈔票實際操作)	大華的薪水是阿成的 3 倍，若大華的薪水是 3000 元，請問阿成的薪水是多少元？(搭配鈔票實際操作)
垂替改變 3： (數字變大)	大華的薪水是阿成的 3 倍，若阿成的薪水是 20000 元，請問大華的薪水是多少元？	伶奈的薪水是凱荃的 4 倍，若伶奈的薪水是 40000 元，請問凱荃的薪水是多少元？	明浩的薪水是小明的 5 倍，若小明的薪水是 30000 元，請問明浩的薪水是多少元？
垂替改變 4： (兩步驟分開解題)	伶奈的薪水是凱荃的 2 倍，也是明浩的 4 倍，若凱荃的薪水是 2000 元，請問明浩的薪水是多少元？ 伶奈的薪水是多少元？ 明浩的薪水是多少元？ (以人偶及鈔票圖示進行解題)	伶奈的薪水是凱荃的 3 倍，也是明浩的 4 倍，若明浩的薪水是 3000 元，請問凱荃的薪水是多少元？ 伶奈的薪水是多少元？ 凱荃的薪水是多少元？ (以人偶及鈔票圖示進行解題)	伶奈的薪水是凱荃的 4 倍，也是明浩的 8 倍，若凱荃的薪水是 4000 元，請問明浩的薪水是多少元？ 伶奈的薪水是多少元？ 明浩的薪水是多少元？ (以人偶及鈔票圖示進行解題)
垂替改變 5： (數字變大)	大華的薪水是小明的 3 倍，也是阿成的 8 倍，若小明的薪水是 40000 元，請問阿成的薪水是多少元？	大華的薪水是小明的 4 倍，也是阿成的 8 倍，若小明的薪水是 40000 元，請問阿成的薪水是多少元？	大華的薪水是小明的 3 倍，也是阿成的 6 倍，若阿成的薪水是 40000 元，請問小明的薪水是多少元？

註：橫向題目為水平替換設計(概念相同題目)。縱向題目為垂直替換設計(新增概念題目)。

範例 19：整數四則混合運算

設計者：林和秀、邱靜瑩

能力指標對應：4-n-04 能作整數四則混合計算（兩步驟）

教學重點或方式：了解整數四則計算的運算規則，並比較在相同數字所組成的算式中，括號出現的位置對答案的影響

原題：注意看下列的題目，算式結果一樣的，請在□裡打○，不一樣的打×：□ $(208-8)÷2$ 和 $208-8÷2$

垂替改變 1： 由左至右算	$10-5+3=()$	$34+65-49=()$	$8 \times 3 \div 4=()$	$54 \div 6 \times 5=()$	$84 \div 7 \times 9=()$
垂替改變 2： 先乘除後加減	$35 + 9 \times 5=()$	$72 - 18 \div 6=()$	$52 \times 4 - 198=()$	$123 + 57 \div 3=()$	$105 \div 21 + 14=()$
垂替改變 3： 括號先算	$192-(36+25)=()$	$90 \div (3 \times 15)=()$	$70 \times (15+3)=()$	$100 \div (10-6)=()$	$(90+42) \div 11=()$
垂替改變 4： 算出答案後比較	(1) $95-46-18=()$ (2) $95-(46-18)=()$ 這兩個算式的答案一樣嗎？	(1) $99-58+17=()$ (2) $(99-58)+17=()$ 這兩個算式的答案一樣嗎？	(1) $48 \div 6 \div 2=()$ (2) $48 \div (6 \div 2)=()$ (3) $(48 \div 6) \div 2=()$ 哪兩個算式的答案一樣？	(1) $300-55 \times 4=()$ (2) $300-(55 \times 4)=()$ (3) $(300-55) \times 4=()$ 哪兩個算式的答案一樣？	(1) $84 \div 7 \times 6=()$ (2) $84 \div (7 \times 6)=()$ (3) $(84 \div 7) \times 6=()$ 哪兩個算式的答案一樣？
垂替改變 5： 不用算出答案來進行比較	注意看下列的題目，算式結果一樣的，請在□裡打○，不一樣的打×： □ $(208-8) \div 2$ 和 $208-8 \div 2$	注意看下列的題目，算式結果一樣的，請在□裡打○，不一樣的打×： □ $45 \div 5 \times 3$ 和 $(45 \div 5) \times 3$	注意看下列的題目，算式結果一樣的，請在□裡打○，不一樣的打×： □ $(309-39) \times 5$ 和 $309-39 \times 5$	注意看下列的題目，算式結果一樣的，請在□裡打○，不一樣的打×： □ $100-60-20$ 和 $(100-60)-20$	注意看下列的題目，算式結果一樣的，請在□裡打○，不一樣的打×： □ $250+5 \times 8$ 和 $(250+5) \times 8$

註：橫向題目為水平替換設計(概念相同題目)。縱向題目為垂直替換設計(新增概念題目)。
垂替 4：最後要引導學生觀察各式子的計算順序，以作為快速判斷何者答案相同的依據。

範例 20：乘與加減的併式

設計者：謝妙倬

能力指標：4-n-04 能在具體情境中，解決兩步驟問題並學習併式的記法與計算。

教學重點：透過分解題目句子，使學生能夠理解題目涵義，並依序完成列式。

原題目：媽媽的月薪是 30250 元，爸爸的月薪比媽媽多 1750 元，爸爸 8 個月的薪水共有多少元？

<p>垂替改變 1： 加減法列式</p>	<p>弟弟買了 5 張遊戲卡，哥哥買的遊戲卡比弟弟多 3 張，哥哥買了幾張遊戲卡？</p> <p>哥哥比較 (多、少) 列式：</p>	<p>一盒冰淇淋的售價，甲品牌是 60 元，乙品牌比甲品牌少 28 元，乙品牌的冰淇淋是幾元？</p> <p>乙品牌比較 (多、少) 列式：</p>	<p>一瓶紅茶有 150 毫升，一瓶綠茶的容量比一瓶紅茶多 50 毫升，一瓶綠茶有幾毫升？</p> <p>綠茶比較 (多、少) 列式：</p>	<p>水果店早上賣了 6000 箱蘋果，下午賣的比上午少 2000 箱，下午賣了幾箱蘋果？</p> <p>下午比較 (多、少) 列式：</p>	<p>媽媽的月薪是 30250 元，爸爸的月薪比媽媽多 1750 元，爸爸的月薪是幾元？</p> <p>爸爸比較 (多、少) 列式：</p>
<p>垂替改變 2： 乘法列式</p>	<p>哥哥買了 8 張遊戲卡，一張遊戲卡賣 2 元，哥哥共花了幾元？</p> <p>列式：</p>	<p>乙品牌的冰淇淋一盒 32 元，買 25 盒，要花幾元？</p> <p>列式：</p>	<p>一瓶綠茶的容量是 200 毫升，36 瓶綠茶的容量共有幾毫升？</p> <p>列式：</p>	<p>水果店下午賣了 4000 箱蘋果，一箱蘋果賣 250 元，水果店下午賣了幾元？</p> <p>列式：</p>	<p>爸爸的月薪是 32000 元，爸爸 8 個月的薪水有幾元？</p> <p>列式：</p>
<p>垂替改變 3： 兩步驟列式</p>	<p>弟弟買了 5 張遊戲卡，哥哥買的遊戲卡比弟弟多 3 張，哥哥買了幾張遊戲卡？</p> <p>步驟一列式：</p>	<p>一盒冰淇淋的售價，甲品牌是 60 元，乙品牌比甲品牌少 28 元，乙品牌的冰淇淋是幾元？</p> <p>步驟一列式：</p>	<p>一瓶紅茶有 150 毫升，一瓶綠茶的容量比一瓶紅茶多 50 毫升，一瓶綠茶有幾毫升？</p> <p>步驟一列式：</p>	<p>水果店早上賣了 6000 箱蘋果，下午賣的比上午少 2000 箱，下午賣了幾箱蘋果？</p> <p>步驟一列式：</p>	<p>媽媽的月薪是 30250 元，爸爸的月薪比媽媽多 1750 元，爸爸的月薪是幾元？</p> <p>步驟一列式：</p>

<p>垂替改變 3： 兩步驟列式</p>	<p>一張遊戲卡賣 2 元，哥哥共花了幾元？ 步驟二列式：</p>	<p>買乙品牌的冰淇淋 25 盒，要花多少元？ 步驟二列式：</p>	<p>36 瓶綠茶的容量共有幾毫升？ 步驟二列式：</p>	<p>一箱蘋果賣 250 元，水果店下午賣了幾元？ 步驟二列式：</p>	<p>爸爸 8 個月的薪水共有多少元？ 步驟二列式：</p>
<p>垂替改變 4： 併式練習</p>	<p>弟弟買了 5 張遊戲卡，哥哥買的遊戲卡比弟弟多 3 張；一張遊戲卡賣 2 元，哥哥共花了幾元？ 先 哥哥買的遊戲卡 後 8 張遊戲卡賣幾元 列式：</p>	<p>一盒冰淇淋的售價，甲品牌是 60 元，乙品牌比甲品牌少 28 元；買乙品牌的冰淇淋 25 盒，要花多少元？ 先 乙品牌的冰淇淋 後 25 盒乙品牌賣幾元 列式：</p>	<p>一瓶紅茶有 150 毫升，一瓶綠茶的容量比一瓶紅茶多 50 毫升；36 瓶綠茶的容量共有幾毫升？ 先 一瓶綠茶 後 36 瓶綠茶共幾毫升 列式：</p>	<p>水果店早上賣了 6000 箱蘋果，下午賣的比上午少 2000 箱；一箱蘋果賣 250 元，水果店下午賣了幾元？ 先 算？ 後 算？ 列式：</p>	<p>媽媽的月薪是 30250 元，爸爸的月薪比媽媽多 1750 元；爸爸 8 個月的薪水共有多少元？ 先 算？ 後 算？ 列式：</p>

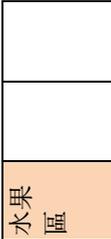
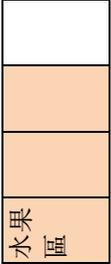
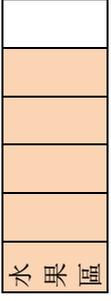
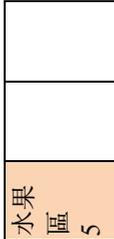
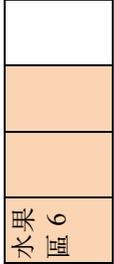
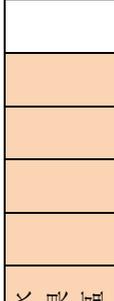
範例 21：四則混合運算

設計者：胡錦秀、許瓊文

能力指標：5-a-02 能熟練四則運算的性質，解決分數的混合多步驟問題

教學重點或方式：先教導學生熟練以「原面積乘以分數」算出部分面積，再引導學生以「部分面積除以分數」算出原面積，待概念建立後則進入二步驟(併式)解題的教學。

原題：爸爸有一塊農地，把 $\frac{7}{8}$ 的地種水果，又將水果區的 $\frac{4}{7}$ 種哈密瓜，已經知道哈密瓜的面積是 20 公畝，請問爸爸的農地有多大？

垂替改變 1： 原面積 \times 分數 = 部分	1. 有 2 公畝的地， $\frac{1}{2}$ 的地種水果，種水果的面積是多少公畝？ 	2. 有 6 公畝的地， $\frac{1}{3}$ 的地種水果，種水果的面積是多少公畝？ 	3. 有 8 公畝的地， $\frac{3}{4}$ 的地種水果，種水果的面積是多少公畝？ 	4. 有 12 公畝的地， $\frac{5}{6}$ 的地種水果，種水果的面積是多少公畝？ 
垂替改變 2： 部分 \div 分數 = 原面積	1. 有一塊地， $\frac{1}{2}$ 的地種水果，種水果的面積是 5 公畝，請問這塊地有多少公畝？ 	2. 有一塊地， $\frac{1}{3}$ 的地種水果，種水果的面積是 5 公畝，請問這塊地有多少公畝？ 	3. 有一塊地， $\frac{3}{4}$ 的地種水果，種水果的面積是 6 公畝，請問這塊地有多少公畝？ 	4. 有一塊地， $\frac{5}{6}$ 的地種水果，種水果的面積是 10 公畝，請問這塊地有多少公畝？ 

<p>垂替改變 3： 原面積 \times 分數 \times 分數 = 部分</p>	<p>1. 有 12 公畝的地，$\frac{1}{2}$ 為水果區，再將水果區中的 $\frac{1}{2}$ 種哈密瓜，那哈密瓜的面積是多少？</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center;">水果區</p> <div style="background-color: orange; height: 20px; width: 100%;"></div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center;">哈密瓜</p> <div style="background-color: lightblue; height: 20px; width: 50%;"></div> </div> </div>	<p>2. 有 12 公畝的地，$\frac{1}{2}$ 為水果區，再將水果區中的 $\frac{1}{3}$ 種哈密瓜，那哈密瓜的面積是多少？</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center;">水果區</p> <div style="background-color: orange; height: 20px; width: 100%;"></div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center;">哈密瓜</p> <div style="background-color: lightblue; height: 20px; width: 33%;"></div> </div> </div>	<p>3. 有 12 公畝的地，$\frac{1}{2}$ 為水果區，再將水果區中的 $\frac{1}{4}$ 種哈密瓜，那哈密瓜的面積是多少？</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center;">水果區</p> <div style="background-color: orange; height: 20px; width: 100%;"></div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center;">哈密瓜</p> <div style="background-color: lightblue; height: 20px; width: 25%;"></div> </div> </div>	<p>4. 有 12 公畝的地，$\frac{1}{2}$ 為水果區，再將水果區中的 $\frac{1}{6}$ 種哈密瓜，那哈密瓜的面積是多少？</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center;">水果區</p> <div style="background-color: orange; height: 20px; width: 100%;"></div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center;">哈密瓜</p> <div style="background-color: lightblue; height: 20px; width: 16.6%;"></div> </div> </div>
<p>垂替改變 4： 部分 \div 分數 \div 分數 = 原面積</p>	<p>1. 有一塊地，$\frac{1}{2}$ 為水果區，再將水果區中的 $\frac{1}{2}$ 種哈密瓜，哈密瓜的面積是 2 公畝，請問這塊地有多少公畝？</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center;">水果區</p> <div style="background-color: orange; height: 20px; width: 100%;"></div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center;">哈密瓜 2</p> <div style="background-color: lightblue; height: 20px; width: 50%;"></div> </div> </div>	<p>將水果區中的 $\frac{1}{3}$ 種哈密瓜，哈密瓜的面積是 2 公畝請問這塊地有多少公畝？</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center;">水果區</p> <div style="background-color: orange; height: 20px; width: 100%;"></div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center;">哈密瓜 2</p> <div style="background-color: lightblue; height: 20px; width: 33%;"></div> </div> </div>	<p>再將水果區中的 $\frac{1}{4}$ 種哈密瓜，哈密瓜的面積是 2 公畝請問這塊地有多少公畝？</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center;">水果區</p> <div style="background-color: orange; height: 20px; width: 100%;"></div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center;">哈密瓜 2</p> <div style="background-color: lightblue; height: 20px; width: 25%;"></div> </div> </div>	<p>4. 有一塊地，$\frac{1}{2}$ 為水果區，再將水果區中的 $\frac{1}{6}$ 種哈密瓜，哈密瓜的面積是 2 公畝請問這塊地有多少公畝？</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center;">水果區</p> <div style="background-color: orange; height: 20px; width: 100%;"></div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center;">哈密瓜 2</p> <div style="background-color: lightblue; height: 20px; width: 16.6%;"></div> </div> </div>

註：橫向題目為水平替換設計(概念相同題目)。縱向題目為垂直替換設計(新增概念題目)。

範例 22：整數乘以分數

設計者:林和秀

題目/主題：整數乘以分數_文字題

對應能力指標：5-n-06 能在測量情境中，理解分數之「整數相除」的意涵

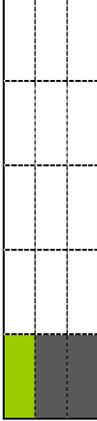
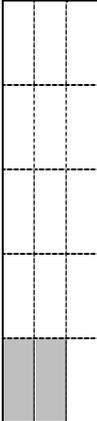
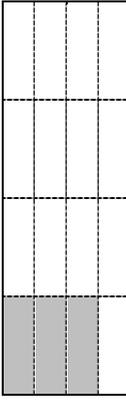
類型	1	2	3	4	5	6
替換學習						
垂替改變 1： 積為整數（易）	$32 \times \frac{1}{8} =$	$30 \times \frac{1}{5} =$	$45 \times \frac{1}{9} =$	$56 \times \frac{1}{8} =$	$63 \times \frac{1}{7} =$	$72 \times \frac{1}{8} =$
垂替改變 2： 積為整數（難）	$42 \times \frac{5}{6} =$	$30 \times \frac{4}{5} =$	$49 \times \frac{5}{7} =$	$56 \times \frac{7}{8} =$	$63 \times \frac{6}{7} =$	$72 \times \frac{4}{9} =$
垂替改變 3： 積為帶分數（易）	$18 \times \frac{3}{7} =$	$15 \times \frac{5}{8} =$	$14 \times \frac{5}{9} =$	$16 \times \frac{4}{9} =$	$18 \times \frac{3}{8} =$	$17 \times \frac{5}{9} =$
垂替改變 4： 積為帶分數（難）	$24 \times \frac{4}{5} =$	$34 \times \frac{2}{3} =$	$23 \times \frac{5}{6} =$	$41 \times \frac{3}{4} =$	$36 \times \frac{3}{7} =$	$29 \times \frac{3}{5} =$
自我挑戰： 整數乘以分數文字題	仕進這個星期的零用錢是 150 元，宏 昷的零用錢是仕進的 $\frac{3}{5}$ ，請問宏昷這 個星期的零用錢是多少錢？ 自行擬題： 宏昷這個星期的零用錢是 140 元， 仕進的零用錢是宏昷的 $\frac{5}{7}$ ，請問仕進 這個星期的零用錢是多少錢？					

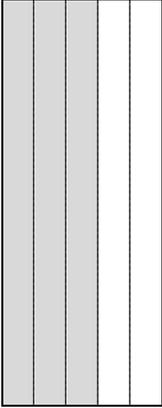
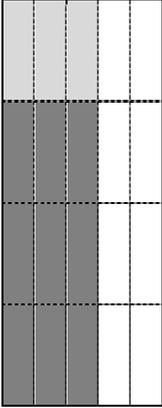
範例 23：分數乘以分數應用問題

教學者：林和秀

題目/主題：分數乘以分數應用問題

能力指標對應：5-n-07 能理解乘數為分數的意義及計算方法，並解決生活中的問題。

類型 替換學習	前測題	練習題	後測題
垂替改變 1： (替換：數字、名詞、 複雜性、真實情境內容)	宏旻買了 2 個披薩，他自己吃了 $\frac{1}{2}$ ， 請問他吃了幾個披薩？(實際操作)	宏旻買了 3 個披薩，他自己吃了 $\frac{1}{3}$ ， 請問他吃了幾個披薩？(實際操作)	宏旻買了 4 個披薩，他自己吃了 $\frac{1}{4}$ ， 請問他吃了幾個披薩？(實際操作)
垂替改變 2： (解題策略)	宏旻買了 1 條蛋糕，姐姐拿了 $\frac{1}{5}$ 條， 請問姐姐吃了幾條蛋糕？ 完成圖示即可： 	宏旻買了 1 條蛋糕，姐姐拿了 $\frac{2}{5}$ 條， 請問姐姐吃了幾條蛋糕？ 完成圖示即可： 	
垂替改變 2： (解題策略)	如果宏旻買了 1 條蛋糕，姐姐拿了 $\frac{1}{5}$ 條， 再切成 3 塊，吃了其中的 1 塊， 請問姐姐吃了幾條蛋糕？ 完成圖示即可： 	宏旻買了 1 條蛋糕，姐姐拿了 $\frac{1}{5}$ 條， 吃了其中的 $\frac{2}{3}$ ，請問姐姐吃了幾條蛋糕？ 完成圖示即可： 	宏旻買了 1 條蛋糕，姐姐拿了 $\frac{1}{4}$ 條， 吃了其中的 $\frac{3}{4}$ ，請問姐姐吃了幾條蛋糕？ 完成圖示即可： 

類型 替換學習	前測題	練習題	後測題
垂替改變 3： (解題策略)	陳媽媽有一塊長方形土地，用 $\frac{1}{4}$ 塊地當花園，花園的 $\frac{2}{3}$ 種玫瑰，請問陳媽媽種玫瑰用了多少塊地？ 可圖示作答	陳媽媽有一塊長方形土地，用 $\frac{3}{5}$ 塊地當花園，花園的 $\frac{3}{4}$ 種玫瑰，請問陳媽媽種玫瑰用了多少塊地？ 步驟一：當花園  步驟二：種玫瑰 	陳媽媽有一塊長方形土地，用 $\frac{5}{6}$ 塊地當花園，花園的 $\frac{1}{4}$ 種玫瑰，請問陳媽媽種玫瑰用了多少塊地？ 可圖示作答
垂替改變 4： (複雜性替換)	一個香瓜重 $\frac{1}{2}$ 公斤， $\frac{3}{4}$ 個香瓜重多少公斤？ 班上有 $\frac{2}{5}$ 的學生近視，有蛀牙的人是近視人數的 $\frac{2}{3}$ ，請問有蛀牙的人佔全班的幾分之幾？	一個香瓜重 $\frac{1}{2}$ 公斤， $\frac{3}{5}$ 個香瓜重多少公斤？ 班上有 $\frac{1}{4}$ 的學生近視，有蛀牙的人是近視人數的 $\frac{3}{5}$ ，請問有蛀牙的人佔全班的幾分之幾？	一個香瓜重 $\frac{1}{2}$ 公斤， $\frac{5}{6}$ 個香瓜重多少公斤？ 班上有 $\frac{2}{7}$ 的學生近視，有蛀牙的人是近視人數的 $\frac{3}{4}$ ，請問有蛀牙的人佔全班的幾分之幾？
目標題	註：橫向題目為水平替換設計(概念相同題目)。縱向題目為垂直替換設計(新增概念題目)。		

範例 24：整數除以小數（沒有餘數）的除法計算

設計者：黃美潔

能力指標：6-n-04 能用直式處理除數為小數的計算，並解決生活中的問題。

教學重點或方式：能做整數除以小數（沒有餘數）的除法計算。

先備能力：能做整數除以整數，商為小數的計算。

原題目：14÷8.75= ()

垂替改變 1： ⇨ 整數÷整數， 商為整數	1. $20 \div 5 = (4)$	2. $40 \div 8 = (5)$	3. $80 \div 5 = (16)$	4. $70 \div 14 = (5)$	5. $240 \div 16 = (15)$	6. $360 \div 18 = (20)$
垂替改變 2： ⇨ 整數÷一位小數， 商為整數（不補 0）	$2 \div 0.5 = (4)$	$4 \div 0.8 = (5)$	$8 \div 0.5 = (16)$	$7 \div 1.4 = (5)$	$24 \div 1.6 = (15)$	$36 \div 1.8 = (20)$
垂替改變 3： ⇨ 整數÷二位小數， 商為整數（不補 0）	$9 \div 0.75 = (12)$	$18 \div 0.36 = (50)$	$30 \div 0.24 = (125)$	$30 \div 1.25 = (24)$	$37 \div 1.48 = (25)$	$58 \div 2.32 = (25)$
垂替改變 4： ⇨ 整數÷整數， 商為一位小數（須補 0）	$8 \div 5 = (1.6)$	$24 \div 16 = (1.5)$	$66 \div 12 = (5.5)$	$7 \div 14 = (0.5)$	$9 \div 15 = (0.6)$	$18 \div 36 = (0.5)$
垂替改變 5： ⇨ 整數÷整數， 商為二位小數（須補 0）	$21 \div 12 = (1.75)$	$30 \div 24 = (1.25)$	$54 \div 40 = (1.35)$	$30 \div 125 = (0.24)$	$37 \div 148 = (0.25)$	$58 \div 232 = (0.25)$
垂替改變 6： ⇨ 整數÷整數， 商為三位小數（須補 0）	$57 \div 24 = (2.375)$	$222 \div 48 = (4.625)$	$153 \div 72 = (2.125)$	$15 \div 24 = (0.625)$	$77 \div 88 = (0.875)$	$120 \div 192 = (0.625)$

垂替改變 7： ⇨ 整數 ÷ 一位小數， 商為小數 (須補 0)	$36 \div 1.6 = (22.5)$	$20 \div 3.2 = (6.25)$	$156 \div 4.8 = (32.5)$	$214 \div 2.5 = (85.6)$	$156 \div 7.5 = (20.8)$	$130 \div 12.5 = (10.4)$
垂替改變 8： ⇨ 整數 ÷ 二位小數， 商為小數 (須補 0)	$3 \div 0.08 = (37.5)$	$10 \div 0.16 = (62.5)$	$15 \div 6.25 = (2.4)$	$16 \div 1.25 = (128)$	$54 \div 3.75 = (14.4)$	$14 \div 8.75 = (1.6)$

版權所有・翻印必究

特教叢書第57輯

替換式數學對數學學習困難學生之 補救教學

發行人／黃秀霜

作者／詹士宜 主編

出版者／國立臺南大學

地址／台南市樹林街2段33號

電話／(06) 213-3111轉645

印刷者／泰成印刷廠

地址／台南市永福路2段113號

電話／(06) 222-5918

中華民國一〇二年十二月出版

ISBN : 9789860403145

GPN : 1010203744

